Nom : **Prénom :** **2de :**

Mathématiques

Configurations de droites dans le plan & Fonctions affines

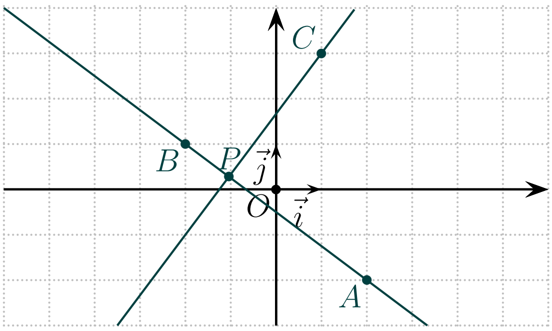
Sujet 1-B 02/05/2026

Note : / 15 Durée : 1 h

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 1]

Construire à la règle et au compas sur le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ suivant le projeté orthogonal P de C sur la droite (AB) où $A\,(2\,;-2)$, $B\,(-2\,;1)$ et $C\,(1\,;3)$. Laisser visible les traits de construction.



Exercice 2 [/ 3]

Soient $A\,(-1\,;4)$, $B\,(2\,;-5)$ et $C\,(0\,;9)$ trois points dans un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant par C et parallèle à (AB).

Solution: $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB). Or (AB) et $\mathscr{D}$ sont parallèles donc $\overrightarrow{AB}$ est aussi un vecteur directeur de $\mathscr{D}$. On a

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-(-1)\\ -5-4\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\ -9\end{pmatrix}.$$

Comme $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$, il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $\mathscr{D}$ ait pour équation cartésienne :

$$y_{\overrightarrow{AB}} \times x - x_{\overrightarrow{AB}} \times y + c = 0 \implies -9x - 3y + c = 0.$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned} & C \in \mathscr{D} \\ \iff & -9x_C - 3y_C + c = 0 \\ \iff & -9 \times 0 - 3 \times 9 + c = 0 \\ \iff & -27 + c = 0 \\ \iff & c = 27. \end{aligned}$$

Donc $\mathscr{D}$ a pour équation cartésienne $-9x - 3y + 27 = 0$.

Exercice 3 [/ 3]

Soient $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ deux droites dans repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ d'équations cartésiennes respectives $6x+4y-1=0$ et $3x-y-2=0$. $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont-elles sécantes ou parallèles ? Déterminer les coordonnées de leur éventuel point d'intersection.

Solution: $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes si et seulement si le système ci-dessous admet une unique solution :

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 6x+4y-1=0 & (L_1) \\ 3x-y-2=0 & (L_2) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 6x+4y-1=0 & (L_1) \\ 12x-4y-8=0 & (L_2 \leftarrow 4L_2) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 6x+4y-1=0 & (L_1) \\ 18x+0y-9=0 & (L_2 \leftarrow L_2+L_1) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 6x+4y-1=0 \\ x=\dfrac{9}{18}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 6\times\dfrac{1}{2}+4y-1=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 3+4y-1=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 4y+2=0 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} y=-\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{1}{2} \end{cases}
\end{aligned}$$

On en déduit que $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes en $I\left(\dfrac{1}{2}\,;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Exercice 4 [/ 2]

Soit f une fonction affine telle que $f(5) = 5$ et $f(10) = 6$. Déterminer l'expression de f.

Solution: f est affine donc ils existent $m, p \in \mathbb{R}$ tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$. On a

$$m = \frac{f(10) - f(5)}{10 - 5} = \frac{6-5}{5} = \frac{1}{5}.$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned} & f(5) = 5 \\ \iff & \frac{1}{5} \times 5 + p = 5 \\ \iff & 1 + p = 5 \\ \iff & p = 4. \end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{5}x + 4$.

Exercice 5 [/ 3]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ pour $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$.

1. [/ ½] Donner, en justifiant, les variations de f.

Solution: On a $m = \frac{3}{2} > 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.

2. [/ 1] Donner, en justifiant, le tableau de signe de f.

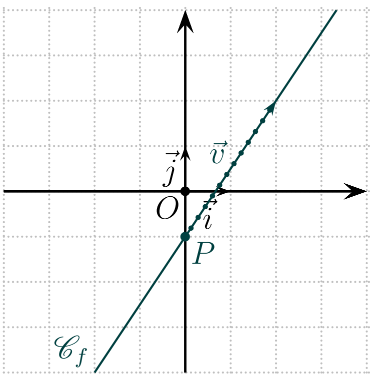
Solution:

$$\begin{aligned} & f(x) \geqslant 0 \\ \iff & \frac{3}{2}x - 1 \geqslant 0 \\ \iff & \frac{3}{2}x \geqslant 1 \\ \iff & x \geqslant \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

3. [/ 1½] Tracer dans le repère ci-dessous la droite représentative de f. Expliquer la méthode utilisée.

Solution: $f(0) = -1$ donc $P(0\,; -1) \in \mathscr{C}_f$.
$\vec{d}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ avec $m = \frac{3}{2}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{C}_f$.
Or $\vec{v} = 2\vec{d}$ est colinéaire à $\vec{d}$ donc $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de $\mathscr{C}_f$. On le construit à partir du point P et on trace la droite passant par P et dirigée par $\vec{v}$.



Exercice 6 [/ 3]

Vous avez besoin d'acheter un véhicule pour vous déplacer et hésitez entre deux modèles vendus par la Multinationale : la iCar E, citadine électrique, et la iCar T, citadine thermique (ou essence). Dans les deux cas, la iCar peut se connecter à votre iTruc et vous offre tous les iServices habituels sans frais supplémentaires. La iCar E est vendue 30 000€ et la iCar T 20 000€. Afin de faire le meilleur investissement possible, vous souhaitez tenir compte des coûts de l'électricité et du carburant à l'usage dans chacun des deux cas. On estime actuellement qu'il faut 3€ d'électricité et 13€ d'essence pour faire 100 km et que ce coût restera fixe dans les années à venir. On ne considérera ni les coûts d'entretiens ni les aides fiscales afin de simplifier le problème.

On note x le nombre de centaines de kilomètres parcourus une fois la iCar achetée.

1. **[/ 1]** Donner les expressions des fonction f_E et f_T donnant les coûts totaux des iCar E et T en fonction du nombre x de centaines de kilomètres parcourus. Quelle est la nature des fonction f_E et f_T ?

Solution: On a

prix total = prix d'achat + prix électricité par kilomètre × nombre de kilomètres.

Donc

$$f_E(x) = 30\,000 + 3x \quad \text{et} \quad f_T(x) = 20\,000 + 13x.$$

f_E et f_T sont des fonctions affines car de la forme $f(x) = mx + p$.

2. **[/ 2]** Y a-t-il un nombre de kilomètres parcourus à partir duquel la iCar E coûte moins cher que la T ? Si oui, le préciser.

Solution: On cherche à résoudre

$$\begin{aligned} & f_E(x) \leqslant f_T(x) \\ \iff & 30\,000 + 3x \leqslant 20\,000 + 13x \\ \iff & 10\,000 \leqslant 10x \\ \iff & 1\,000 \leqslant x. \end{aligned}$$

La iCar E deviendra plus avantageuse que la T au bout de 1 000 centaines de kilomètres, i.e. 100 000 kilomètres.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier ce lapin et ces oisillons en voiture.