Nom : **Prénom :** **2$^{\text{de}}$:**

Mathématiques

Configurations de droites dans le plan & Fonctions affines

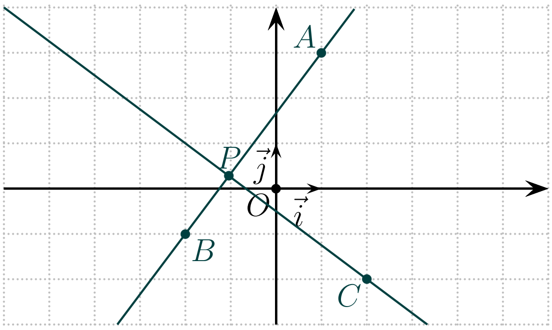
Sujet 1-A 02/05/2026

Note : / 15 Durée : 1 h

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 1]

Construire à la règle et au compas sur le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ suivant le projeté orthogonal P de C sur la droite (AB) où $A\,(1\,;3)$, $B\,(-2\,;-1)$ et $C\,(2\,;-2)$. Laisser visible les traits de construction.



Exercice 2 [/ 3]

Soient $A\,(5\,;-1)$, $B\,(-2\,;-3)$ et $C\,(7\,;3)$ trois points dans un repère du plan. Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$ passant par C et parallèle à (AB).

Solution: $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB). Or (AB) et $\mathscr{D}$ sont parallèles donc $\overrightarrow{AB}$ est aussi un vecteur directeur de $\mathscr{D}$. On a

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-5\\ -3-(-1)\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-7\\ -2\end{pmatrix}.$$

Comme $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$, il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $\mathscr{D}$ ait pour équation cartésienne :

$$y_{\overrightarrow{AB}} \times x - x_{\overrightarrow{AB}} \times y + c = 0 \implies -2x - (-7)y + c = 0.$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned} & C \in \mathscr{D} \\ \iff & 2x_C + 7y_C + c = 0 \\ \iff & 2 \times 7 + 7 \times 3 + c = 0 \\ \iff & 35 + c = 0 \\ \iff & c = -35. \end{aligned}$$

Donc $\mathscr{D}$ a pour équation cartésienne $2x + 7y - 35 = 0$.

Exercice 3 [/ 3]

Soient $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ deux droites dans repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ d'équations cartésiennes respectives $2x-2y+1=0$ et $x+5y+2=0$. $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont-elles sécantes ou parallèles ? Déterminer les coordonnées de leur éventuel point d'intersection.

Solution: $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes si et seulement si le système ci-dessous admet une unique solution :

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 2x-2y+1=0 & (L_1) \\ x+5y+2=0 & (L_2) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x-2y+1=0 & (L_1) \\ 2x+10y+4=0 & (L_2 \leftarrow 2L_2) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x-2y+1=0 & (L_1) \\ 0x+12y+3=0 & (L_2 \leftarrow L_2 - L_1) \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x-2y+1=0 \\ y=-\dfrac{3}{12}=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x-2\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)+1=0 \\ y=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x+\dfrac{1}{2}+1=0 \\ y=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x+\dfrac{3}{2}=0 \\ y=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} 2x=-\dfrac{3}{2} \\ y=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\
\iff &\begin{cases} x=-\dfrac{3}{4} \\ y=-\dfrac{1}{4} \end{cases}
\end{aligned}$$

On en déduit que $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes en $I\left(-\dfrac{3}{4}\,;-\dfrac{1}{4}\right)$.

Exercice 4 [/ 2]

Soit f une fonction affine telle que $f(-3)=4$ et $f(4)=-10$. Déterminer l'expression de f.

Solution: f est affine donc ils existent m, $p \in \mathbb{R}$ tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x)=mx+p$. On a

$$m=\frac{f(4)-f(-3)}{4-(-3)}=\frac{-10-4}{7}=\frac{-14}{7}=-2.$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned} & f(-3)=4 \\ \iff & -2\times(-3)+p=4 \\ \iff & 6+p=4 \\ \iff & p=-2. \end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x)=-2x-2$.

Exercice 5 [/ 3]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ pour $f(x)=-\dfrac{1}{3}x+1$.

1. [/ ½] Donner, en justifiant, les variations de f.

Solution: On a $m=-\dfrac{1}{3}<0$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

2. [/ 1] Donner, en justifiant, le tableau de signe de f.

Solution:

$$\begin{aligned} & f(x)\geqslant 0 \\ \iff & -\frac{1}{3}x+1\geqslant 0 \\ \iff & -\frac{1}{3}x\geqslant -1 \\ \iff & x\leqslant 3. \end{aligned}$$

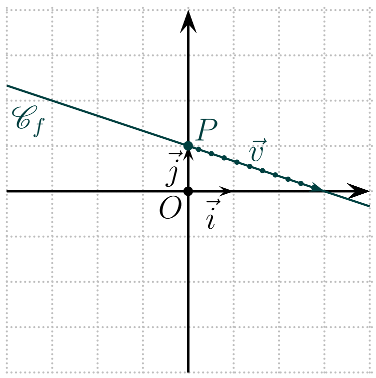
x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

3. [/ 1½] Tracer dans le repère ci-dessous la droite représentative de f. Expliquer la méthode utilisée.

Solution: $f(0)=1$ donc $P\,(0\,;1)\in\mathscr{C}_f$.

$\vec{d}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$ avec $m=-\dfrac{1}{3}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{C}_f$.

Or $\vec{v}=3\vec{d}$ est colinéaire à $\vec{d}$ donc $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de $\mathscr{C}_f$. On le construit à partir du point P et on trace la droite passant par P et dirigée par $\vec{v}$.



Exercice 6 [/ 3]

Vous avez besoin d'acheter un véhicule pour vous déplacer et hésitez entre deux modèles vendus par la Multinationale : la iCar E, citadine électrique, et la iCar T, citadine thermique (ou essence). Dans les deux cas, la iCar peut se connecter à votre iTruc et vous offre tous les iServices habituels sans frais supplémentaires. La iCar E est vendue 20 000€ et la iCar T 16 000€. Afin de faire le meilleur investissement possible, vous souhaitez tenir compte des coûts de l'électricité et du carburant à l'usage dans chacun des deux cas. On estime actuellement qu'il faut 4€ d'électricité et 12€ d'essence pour faire 100 km et que ce coût restera fixe dans les années à venir. On ne considérera ni les coûts d'entretiens ni les aides fiscales afin de simplifier le problème.

On note x le nombre de centaines de kilomètres parcourus une fois la iCar achetée.

1. **[/ 1]** Donner les expressions des fonction f_E et f_T donnant les coûts totaux des iCar E et T en fonction du nombre x de centaines de kilomètres parcourus. Quelle est la nature des fonction f_E et f_T ?

   Solution: On a

   prix total = prix d'achat + prix électricité par kilomètre × nombre de kilomètres.

   Donc

   $$f_E(x) = 20\,000 + 4x \quad \text{et} \quad f_T(x) = 16\,000 + 12x.$$

   f_E et f_T sont des fonctions affines car de la forme $f(x) = mx + p$.

2. **[/ 2]** Y a-t-il un nombre de kilomètres parcourus à partir duquel la iCar E coûte moins cher que la T ? Si oui, le préciser.

   Solution: On cherche à résoudre

   $$\begin{aligned} & f_E(x) \leqslant f_T(x) \\ \iff & 20\,000 + 4x \leqslant 16\,000 + 12x \\ \iff & 4\,000 \leqslant 8x \\ \iff & 500 \leqslant x. \end{aligned}$$

   La iCar E deviendra plus avantageuse que la T au bout de 500 centaines de kilomètres, i.e. 50 000 kilomètres.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier ce lapin et ces oisillons en voiture.