

Mathématiques

Loi binomiale

Sujet 1

14/04/2026

Note : / 15

Durée : 1 h

- La calculatrice est autorisée en mode examen.
- Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 [/ 4]

Les Psykokwak sont en général jaunes sauf en de très rares cas où ils sont bleus, on dit alors qu'ils sont « chromatiques ». On estime que 6% des Psykokwak sont chromatiques. Le professeur Chen a entendu parler d'une colonie de 42 Psykokwak dont un nombre anormal d'individus seraient chromatiques. Afin de décider s'il s'agit d'un cas exceptionnel demandant une étude approfondie, il se demande s'il s'agit d'une anomalie statistique au sens où il y avait moins d'une chance sur cent que cela se produise.

Le professeur Chen considère l'hypothèse suivante : le fait qu'un Psykokwak soit chromatique ou non est indépendant du fait que ses congénères le soient aussi. Il note X le nombre de Psykokwak chromatiques dans la colonie.

1. [/ 1½] Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. [/ 1] Déterminer le plus petit entier a tel que $\mathbb{P}(X \leq a) > 0,99$. Justifier.
3. [/ 1] En déduire le plus petit entier b tel que $\mathbb{P}(X \geq b) < 0,01$. Justifier.
4. [/ ½] Le professeur Chen dénombre 9 Psykokwak chromatiques dans la colonie. S'agit-il d'une anomalie statistique ?



Exercice 2 [/ 11]

1. Lors de ses aventures, Zoro se perd beaucoup. Ses amis le savent et essayent de l'accompagner le plus possible afin qu'il ne se perde pas. Zoro a ainsi une chance sur deux de se perdre sachant qu'il est accompagné alors que c'est neuf chances sur dix s'il ne l'est pas. Il y a enfin deux chances sur trois pour que Zoro soit accompagné par au moins un de ses compagnons. On note :
 - A l'événement « Zoro est accompagné par ses compagnons » ;
 - P l'événement « Zoro se perd ».
 - (a) [/ 1] Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
 - (b) [/ 1] Calculer la probabilité que Zoro soit accompagné et ne se perde pas. On laissera le résultat sous forme de fraction.
 - (c) [/ 1] Calculer la probabilité que Zoro ne se perde pas. On laissera le résultat sous forme de fraction.
2. Lors de l'année écoulée, Zoro a vécu une quinzaine d'aventures sur différentes îles. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de fois où Zoro s'est perdu au cours d'une aventure.
 - (a) [/ 1½] Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
 - (b) [/ ½] Quelle est la probabilité que Zoro se perde les quinze fois ? Donner la formule permettant d'effectuer ce calcul et arrondir au millième.
 - (c) [/ 1] Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins une aventure où Zoro ne se perde pas ? Arrondir au millième.
 - (d) [/ 1] En moyenne, combien de fois Zoro s'est perdu au cours de ces aventures ?
3. Avant leurs trois prochaines aventures, Luffy, Nami et Robin décident de parier sur laquelle des trois Zoro va se perdre pour la première fois.
 - Robin pense que Zoro va se perdre dès la première aventure.
 - Nami parie que Zoro va se perdre pour la première fois lors de la seconde aventure.
 - Luffy est très ambitieux et parie sur le fait que Zoro ne va pas se perdre du tout.On note P_i les événements « Zoro se perd pour la première fois lors de la i -ème aventure » et Y la variable aléatoire qui donne le rang de la première aventure lors de laquelle Zoro va se perdre.
 - (a) [/ 1] Représenter cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
 - (b) [/ 1] Quelle est la probabilité que Luffy perde son pari ? Arrondir au centième.
 - (c) [/ 1] Quelle est la probabilité que Nami ou Robin gagne ? Arrondir au centième.
 - (d) [/ 1] Donner, sans justifier, le nom et l'expression de la loi suivie par Y .