

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE BLANCHE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

## MATHÉMATIQUES

Mercredi 11 mars

*L'usage de la calculatrice avec **mode examen actif** est autorisé.  
L'usage de la calculatrice sans mémoire type collègue est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.  
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.  
Ce sujet est à rendre avec votre copie.

**Le candidat traite les 4 exercices**

**Chaque exercice sera commencé en haut d'une nouvelle page de votre copie.**

Question:	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Total
Points:	8	9	10	13	40
Score:					

Nom, prénom et classe : \_\_\_\_\_

Nom de votre professeur : \_\_\_\_\_

**Exercice 1 [ / 8]**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse non justifiée, fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie en la justifiant.

Pour les questions 1. et 2., on considère une fonction  $f$  deux fois dérivable sur l'intervalle  $[-4; 2]$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  et  $f''$  la dérivée seconde de  $f$ .

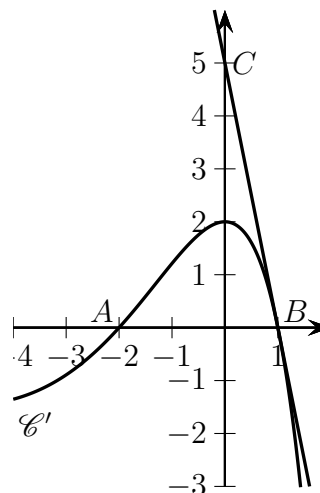
On donne ci-dessous la courbe représentative  $\mathcal{C}'$  de la fonction dérivée  $f'$  dans un repère du plan. On donne de plus les points  $A(-2; 0)$ ,  $B(1; 0)$  et  $C(0; 5)$ .

1. [ / 1] La fonction  $f$  est :

1. concave sur  $[-2; 1]$ ;
2. convexe sur  $[-4; 0]$ ;
3. convexe sur  $[-2; 1]$ ;
4. convexe sur  $[0; 2]$ .

2. [ / 1] On admet que la droite  $(BC)$  est la tangente à la courbe  $\mathcal{C}'$  au point  $B$ . On a :

1.  $f'(1) < 0$ ;
2.  $f'(1) = 5$ ;
3.  $f''(1) > 0$ ;
4.  $f''(1) = -5$ .



3. [ / 2] On considère la fonction  $g$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $g(t) = \frac{a}{b + e^{-t}}$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels. On sait que  $g(0) = 2$  et  $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 3$ . Les valeurs de  $a$  et  $b$  sont :

- |                         |                                   |
|-------------------------|-----------------------------------|
| 1. $a = 2$ et $b = 3$ ; | 3. $a = 4$ et $b = \frac{4}{3}$ ; |
| 2. $a = 4$ et $b = 1$ ; | 4. $a = 6$ et $b = 2$ .           |

4. [ / 2] On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2x+4}\right)$ . La fonction  $g$  est définie sur :

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| 1. $\mathbb{R}$ ;     | 3. $] -\infty; -2[ \cup ] 1; +\infty[$ ; |
| 2. $] -2; +\infty[$ ; | 4. $] -2; 1[$ .                          |

5. [ / 2] On considère une suite  $(u_n)$  telle que, pour tout entier naturel, on a :

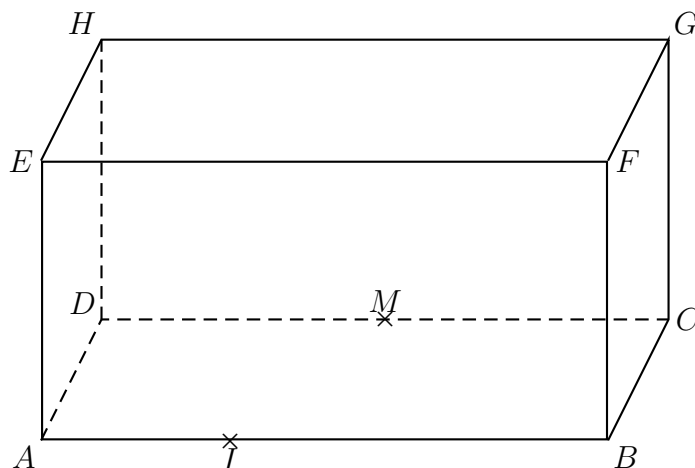
$$1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq u_n \leq 2 - \frac{n}{n+1}.$$

On peut affirmer que la suite  $(u_n)$  :

- |                     |                             |
|---------------------|-----------------------------|
| 1. converge vers 2; | 3. diverge vers $+\infty$ ; |
| 2. converge vers 1; | 4. n'a pas de limite.       |

**Exercice 2** [ / 9]

On considère le pavé droit  $ABCDEFGH$  tel que  $AB = 3$  et  $AD = AE = 1$  représenté ci-dessous.



On considère le point  $I$  du segment  $[AB]$  tel que  $\vec{AB} = 3\vec{AI}$  et on appelle  $M$  le milieu du segment  $[CD]$ .

On se place dans le repère orthonormé  $(A; \vec{AI}; \vec{AD}; \vec{AE})$ .

1. [ / 1] Sans justifier, donner les coordonnées des points  $F$ ,  $H$  et  $M$ .

2. (a) [ / 2] Montrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan  $(HMF)$ .

(b) [ / 1] En déduire qu'une équation cartésienne du plan  $(HMF)$  est :

$$2x + 6y + 3z - 9 = 0.$$

(c) [ / 1] Le plan  $\mathcal{P}$  dont une équation cartésienne est  $5x + 15y - 3z + 7 = 0$  est-il parallèle au plan  $(HMF)$ ? Justifier la réponse.

3. [ / 1/2] Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(DG)$ .

4. [ / 1 1/2] On appelle  $N$  le point d'intersection de la droite  $(DG)$  avec le plan  $(HMF)$ . Déterminer les coordonnées du point  $N$ .

5. [ / 1] Déterminer les coordonnées du point  $R$  projeté orthogonal du point  $G$  sur le plan  $(HMF)$ .

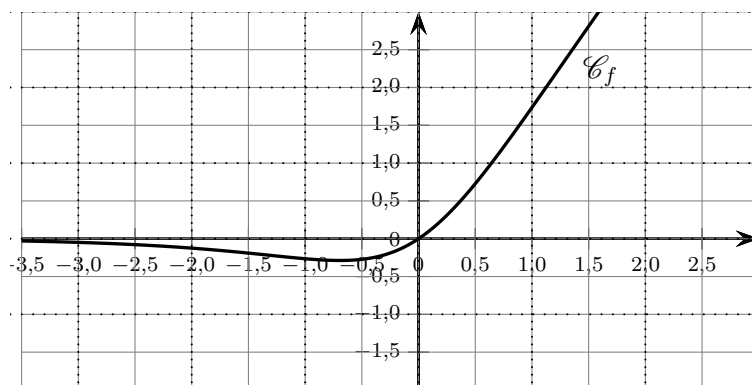
6. [ / 1] On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par  $V = \frac{1}{3}B \times h$ , où  $B$  est l'aire d'une base du tétraèdre et  $h$  est sa hauteur relative à cette base. On admet que l'aire du triangle  $HMF$  est égale à 1,75 u.a.. Déterminer le volume du tétraèdre  $GHMF$ .

**Exercice 3 [ / 10]**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1).$$

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative représentée ci-dessous.



Un élève formule les conjectures suivantes à partir de cette représentation graphique :

1. L'équation  $f(x) = 2$  semble admettre au moins une solution.
2. Le plus grand intervalle sur lequel la fonction  $f$  semble être croissante est  $[-0,5; +\infty[$ .
3. L'équation de la tangente au point d'abscisse  $x = 0$  semble être :  $y = 1,5x$ .

Le but de cet exercice est de valider ou rejeter les conjectures concernant la fonction  $f$ .

### Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire

On définit sur  $\mathbb{R}$  la fonction  $g$  définie par

$$g(x) = e^{2x} - e^x + 1.$$

1. [ / ½] Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .
2. [ / 1] Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ .
3. [ / ½] Montrer que  $g'(x) = e^x(2e^x - 1)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
4. [ / 1½] Étudier le sens de variation de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ . Dresser le tableau des variations de la fonction  $g$  en y faisant figurer la valeur exacte des extremums s'il y en a, ainsi que les limites de  $g$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
5. [ / ½] En déduire le signe de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

### Partie B - Étude de la fonction $f$

1. [ / ½] Justifier que la fonction  $f$  est bien définie sur  $\mathbb{R}$ .
2. [ / ½] La fonction dérivée de la fonction  $f$  est notée  $f'$ . Justifier que  $f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .
3. [ / 1] Déterminer une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
4. [ / 1] Montrer que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $[-\ln(2); +\infty[$ .
5. [ / 1½] Montrer que l'équation  $f(x) = 2$  admet une unique solution  $\alpha$  sur  $[-\ln(2); +\infty[$  et déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-2}$  près.
6. [ / 1½] À l'aide des résultats précédents, indiquer, pour chaque conjecture de l'élève, si elle est vraie ou fausse. Justifier.

### Exercice 4 [ / 13]

On se propose de comparer l'évolution d'une population animale dans deux milieux distincts A et B. Au 1<sup>er</sup> janvier 2025, on introduit 6 000 individus dans chacun des milieux A et B.

#### Partie A

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu A.

On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par une suite géométrique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 6$  et de raison 0,93.

Pour tout entier naturel  $n$  :  $u_n$  représente la population au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2025 +  $n$ , exprimée en millier d'individus.

1. [ / ½] Donner, selon ce modèle, la population au 1<sup>er</sup> janvier 2026.
2. [ / ½] Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. [ / 1½] Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ . Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

#### Partie B

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu B.

On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par la suite  $(v_n)$  définie par

$$v_0 = 6 \text{ et pour tout entier naturel } n, v_{n+1} = -0,05v_n^2 + 1,1v_n.$$

Pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  représente la population au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2025 +  $n$ , exprimée en millier d'individus.

1. [ / ½] Donner, selon ce modèle, la population au 1<sup>er</sup> janvier 2026.
2. [ / 1] Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$  par

$$f(x) = -0,05x^2 + 1,1x.$$

Démontrer que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0; 11]$ .

3. [ / 2] Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a

$$2 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq 6.$$

4. [ / ½] En déduire que la suite  $(v_n)$  est convergente vers une limite  $\ell$ .
5. (a) [ / 1] Justifier que la limite  $\ell$  vérifie  $f(\ell) = \ell$  puis en déduire la valeur de  $\ell$ .  
(b) [ / ½] Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

#### Partie C

Cette partie a pour but de comparer l'évolution de la population dans les deux milieux.

1. [ / 1] En résolvant une inéquation, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu A sera strictement inférieure à 3 000 individus.
2. [ / ½] À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu B sera strictement inférieure à 3 000 individus.
3. [ / 1½] Justifier qu'à partir d'une certaine année, la population du milieu B dépassera la population du milieu A.
4. On considère le programme Python ci-contre.
  - (a) [ / 1½] Recopier et compléter ce programme afin qu'après exécution, il affiche l'année à partir de laquelle la population du milieu B est strictement supérieure à la population du milieu A.
  - (b) [ / ½] Déterminer l'année affichée après exécution du programme.

```
n = 0
u = 6
v = 6
while ... :
    u = ...
    v = ...
    n = n+1
print (2025 + n)
```