

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE BLANCHE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Mardi 10 mars

*L'usage de la calculatrice avec **mode examen actif** est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire type collègue est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.
Ce sujet est à rendre avec votre copie.

Le candidat traite les 4 exercices

Chaque exercice sera commencé en haut d'une nouvelle page de votre copie.

Question:	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Total
Points:	9	10	10	11	40
Score:					

Nom, prénom et classe : _____

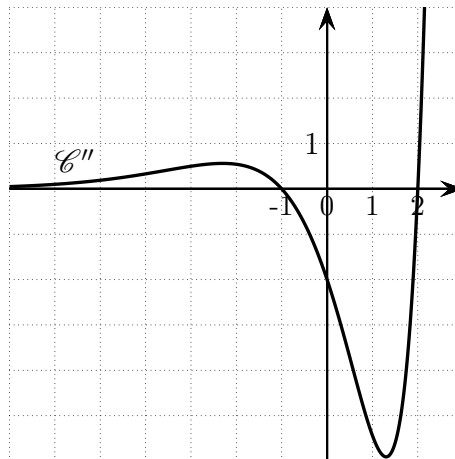
Nom de votre professeur : _____

Exercice 1 [/ 9]

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse non justifiée, fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie en la justifiant.

1. [/ 1] On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} .

On appelle \mathcal{C} sa représentation graphique. On désigne par f'' la dérivée seconde de f . On a représenté sur le graphique ci-contre la courbe de f'' , notée \mathcal{C}'' .



1. \mathcal{C} admet un unique point d'inflexion ;
2. f est convexe sur l'intervalle $[-1; 2]$;
3. f est convexe sur $]-\infty; -1]$ et sur $[2; +\infty[$;
4. f est convexe sur \mathbb{R} .

2. [/ 2] On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$. La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

1. $x = 2$;
2. $y = 2$;
3. $y = 0$;
4. $x = -1$.

3. [/ 2] Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $v_n = \frac{n}{2 + \cos(n)}$. La suite (v_n) :

1. n'a pas de limite ;
2. converge vers 0 ;
3. converge vers $\frac{1}{2}$;
4. diverge vers $+\infty$.

4. [/ 2] On considère l'inéquation suivante : $\ln(x^2 - 4x + 3) \geq 0$. L'ensemble des solutions de cette inéquation est :

1. $]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$;
2. $]-\infty; 2 - \sqrt{2}] \cup [2 + \sqrt{2}; +\infty[$;
3. $] -\infty; 2 - \sqrt{2}] \cup]3; +\infty[$;
4. $]-\infty; 1[\cup [2 + \sqrt{2}; +\infty[$.

5. [/ 2] On considère les points $A(-3; 1; 4)$, $B(1; 5; 2)$ et $C(0; 1; -1)$ dans un repère orthonormé de l'espace. La valeur de l'angle \widehat{BAC} arrondie au degré est :

1. 90 ;
2. 51 ;
3. 39 ;
4. 0.

Exercice 2 [/ 10]

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points suivants :

$$A(1; 3; 0), \quad B(-1; 4; 5), \quad C(0; 1; 0) \quad \text{et} \quad D(-2; 2; 1).$$

1. [/ 1] Montrer que les points A , B et C déterminent un plan.

2. [/ 1] Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

3. Soit Δ la droite passant par le point D et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) [/ 1½] Démontrer que la droite Δ est orthogonale au plan (ABC) .

(b) [/ 1] Justifier que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

$$2x - y + z + 1 = 0.$$

(c) [/ ½] Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ .

4. [/ 1½] On appelle H le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. Vérifier que H est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC) .

5. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3}B \times h$, où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est sa hauteur relative à cette base.

(a) [/ ½] Montrer que $DH = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(b) [/ 1½] En déduire le volume du tétraèdre $ABCD$.

6. [/ 1½] On considère la droite d de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = -3k \\ z = 1 + k \end{cases} \quad \text{où } k \in \mathbb{R}.$$

La droite d et le plan (ABC) sont-ils sécants ou parallèles ?

Exercice 3 [/ 10]

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = e^{3x} - (2x + 1)e^x.$$

Le but de cet exercice est d'étudier la fonction f sur \mathbb{R} .

Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire

On définit la fonction g sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = 3e^{2x} - 2x - 3.$$

1. (a) [/ ½] Déterminer la limite de la fonction g en $-\infty$.
(b) [/ 1] Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$.
2. (a) [/ ½] On admet que la fonction g est dérivable sur \mathbb{R} , et on note g' sa fonction dérivée. Démontrer que pour tout nombre réel x , on a $g'(x) = 6e^{2x} - 2$.
(b) [/ 1] Étudier le signe de la fonction dérivée g' sur \mathbb{R} .
(c) [/ 1] En déduire le tableau de variations de la fonction g sur \mathbb{R} . Vérifier que la fonction g admet un minimum égal à $\ln(3) - 2$.
3. (a) [/ ½] Montrer que $x = 0$ est solution de l'équation $g(x) = 0$.
(b) [/ 1½] Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une deuxième solution, non nulle, notée α , dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-1} .
(c) [/ ½] Déduire des questions précédentes le signe de la fonction g sur \mathbb{R} .

Partie B - Étude de la fonction f

1. [/ 1] La fonction f est dérivable sur \mathbb{R} , et on note f' sa fonction dérivée. Démontrer que pour tout nombre réel x , on a $f'(x) = e^x g(x)$, où g est la fonction définie dans la **partie A**.
2. [/ 1] En déduire alors le signe de la fonction dérivée f' puis les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
3. [/ 1½] Pourquoi la fonction f n'est-elle pas convexe sur \mathbb{R} ? Expliquer.

Exercice 4 [/ 11]

Le but de cet exercice est d'étudier les convergences de deux suites vers une même limite.

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[2; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{3x - 2}$.

- [/ 2] Déterminer les variations et les limites en 2 et $+\infty$ de f .
- On admet que la suite (u_n) vérifiant $u_0 = 6$ et, pour tout n entier naturel, $u_{n+1} = f(u_n)$ est bien définie.
 - [/ 2] Démontrer par récurrence que, pour tout n entier naturel :

$$2 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 6.$$

- [/ 1½] En déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.
- On rappelle que `sqrt(x)` renvoie la racine carrée du nombre x .

```
1 from math import *
2
3 def rang(a) :
4     u = 6
5     n = 0
6     while u >= a :
7         u = sqrt(3 * u - 2)
8         n = n + 1
9     return n
```

- [/ ½] Pourquoi peut-on affirmer que `rang(2.000001)` renvoie une valeur ?
- [/ ½] Pour quelles valeurs du paramètre `a` l'instruction `rang(a)` renvoie-t-elle un résultat ?

Partie B

On admet que la suite (v_n) vérifiant $v_0 = 6$ et, pour tout n , entier naturel, $v_{n+1} = 3 - \frac{2}{v_n}$ est bien définie.

- [/ ½] Calculer v_1 .
- Pour tout n entier naturel, on admet que $v_n \neq 2$ et on pose : $w_n = \frac{v_n - 1}{v_n - 2}$.
 - [/ 1] Démontrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 2 et préciser son premier terme w_0 .
 - [/ 1] On admet que, pour tout n entier naturel, $w_n - 1 = \frac{1}{v_n - 2}$. En déduire que, pour tout n entier naturel,

$$v_n = 2 + \frac{1}{1,25 \times 2^n - 1}$$

- [/ ½] Calculer la limite de (v_n) .
- [/ 1½] Déterminer le plus petit entier naturel n pour lequel $v_n < 2,01$ en résolvant l'inéquation.