Nom : **Prénom :** **2$^{\text{de}}$:**

Mathématiques

Informations chiffrées

Sujet 1-B 17/03/2026

Note : / 18 Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 [/ 4]

La volière de Poudlard accueille des chouettes et hiboux, répartis en deux catégories : moyens et longs courriers. On sait que :
— la volière est composée de 80% de chouettes ;
— les trois quarts des chouettes sont des moyens courriers ;
— deux tiers des chouettes et hiboux sont des moyens courriers.
On note :

— C l'ensemble des chouettes ;
— H l'ensemble des hiboux ;
— M l'ensemble des moyens courriers ;
— L l'ensemble des longs courriers.

1. **[/ 1]** Quelle est la proportion de chouettes moyens courriers par rapport à l'ensemble de la volière ?

Solution: On veut calculer $p(C \cap M)$. D'après l'énonce, $p(C) = 0,8$ et $p_C(M) = \dfrac{3}{4}$. On a

$$p(C \cap M) = p(C) \times p_C(M) = 0,8 \times \frac{3}{4} = 0,6.$$

Il y a donc 20% de chouettes moyens courriers dans la volière.

2. **[/ 2]** Au dernier recensement, il y avait 150 chouettes et hiboux dans la volière. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessus.

Effectifs	Chouettes C	Hiboux H	Total
Moyens courriers M	90	10	100
Longs courriers L	30	20	50
Total	120	30	150

3. **[/ 1]** Déterminer la proportion de hiboux parmi les longs courriers.

Solution: On a

$$p_L(H) = \frac{\text{nbr hiboux longs courriers}}{\text{nbr longs courriers}} = \frac{20}{50} = 0,4.$$

Il y a 40% de hiboux parmi les longs courriers.

Exercice 2 [/ 4]

Vous dirigez un magasin de balais volants sur le prestigieux Chemin de Traverse et décidez de solder de 15% un modèle vendu en espérant augmenter vos recettes de 5% sur ce modèle.

On note r_I, p_I et q_I, respectivement r_F, p_F et q_F, les recettes, prix et quantités vendues initiales, respectivement finales.

1. **[/ ½]** Exprimer r_I en fonction de p_I et q_I. Faire de même avec r_F, p_F et q_F.

   Solution: On a $r_I = p_I \times q_I$ et $r_F = p_F \times q_F$.

2. **[/ 1]** Exprimer p_F en fonction de p_I. Justifier.

   Solution: Le taux d'évolution associé à l'évolution de p_I vers p_F est $t_P = -15\% = -0,15$. Le coefficient multiplicateur associé à cette évolution est donc

   $$c_P = 1 + t_P = 1 + (-0,15) = 0,85.$$

   On en déduit que $p_F = 0,85 p_I$.

3. **[/ ½]** Exprimer, sans justifier, r_F en fonction de r_I.

   Solution: De la même façon que dans la question précédente, on trouve $r_F = 1,05 r_I$.

4. **[/ 2]** Calculer le pourcentage d'augmentation des ventes à faire pour compenser la solde ? Arrondir le résultat au pourcent.

   Solution:

   On note c_q le coefficient multiplicateur associé à l'évolution de la quantité vendue. On a alors $q_F = c_q \times q_I$.

   $$\begin{aligned} & r_F = p_F \times q_F \\ \iff & 1,05 r_I = 0,85 p_I \times c_q q_I \\ \iff & 1,05 r_I = 0,85 c_q (p_I \times q_I) \\ \iff & 1,05 r_I = 0,85 c_q r_I \\ \iff & 1,05 = 0,85 c_q \\ \iff & c_q = \frac{1,05}{0,85} \\ \iff & c_q \simeq 1,24. \end{aligned}$$

   On a enfin

   $$t_q = c_q - 1 = 1,24 - 1 = 0,24.$$

   Il faut augmenter les ventes de 24%.

Exercice 3 [/ 5]

Depuis que Fred et George sont arrivés à Poudlard, le nombre d'incidents dans l'école a augmenté de 25%. Après leur départ, l'école souhaiterait retrouver le nombre d'incidents qu'elle avait avant leur arrivée en trois ans.

1. [/ 1] Quel pourcentage de réduction des incidents va devoir atteindre Poudlard pour revenir au nombre d'incident précédant l'arrivée de Fred et George ? Arrondir au pourcent.

Solution: Il faut calculer le taux d'évolution réciproque de l'augmentation de $t = 25\%$ qu'ils ont causé. On calcule le coefficient multiplicateur c associé à t et son coefficient multiplicateur réciproque c' :

$$c = 1 + t = 1 + \frac{25}{100} = 1,25 \quad \text{et} \quad c' = \frac{1}{c} = \frac{1}{1,25} = 0,8.$$

On en déduit le taux d'évolution réciproque :

$$t' = c' - 1 = 0,8 - 1 = -0,2 = -20\%.$$

Le nombre d'incidents doit baisser de 20% pour retourner au niveau précédant l'arrivée de Fred et George.

Deux ans se sont écoulés depuis le départ de Fred et George. Le nombre d'incidents a diminué de 12% la première année puis de 5% la seconde.

2. [/ 2] Calculer le pourcentage de diminution global du nombre d'incidents sur les deux ans. Arrondir au pourcent.

Solution: Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont

$$c_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,12 = 0,88 \quad \text{et} \quad c_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,05 = 0,95.$$

Le coefficient multiplicateur global est

$$C = c_1 \times c_2 = 0,88 \times 0,95 = 0,84.$$

Le taux d'évolution global est alors

$$T = C - 1 = 0,836 - 1 \simeq -0,16 = -16\%.$$

Le nombre d'incidents a diminué de 16% en deux ans.

3. [/ 2] Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour atteindre 20% de diminution globale sur les trois ans. Arrondir au pourcent.

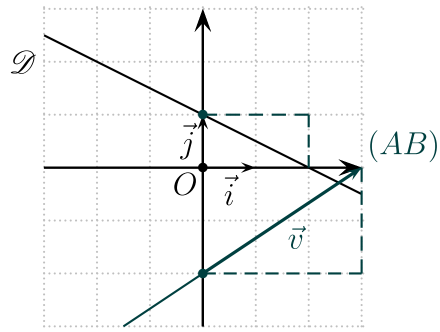
Solution: Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 20% est $0,8$. On cherche donc c_3 tel que

$$\begin{aligned} & c_1 \times c_2 \times c_3 = 0,8 \\ \iff & 0,88 \times 0,95 \times c_3 = 0,8 \\ \iff & c_3 = \frac{0,8}{0,88 \times 0,95} \\ \iff & c_3 \simeq 0,96. \end{aligned}$$

On a donc $t_3 = c_3 - 1 = 0,96 - 1 = -0,04 = -4\%$. Il faut donc une diminution de 4% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 20%.

Exercice 4 [/ 5]

1. **[/ 1]** Donner l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ dans le repère $\left(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\right)$ ci-contre par lecture graphique.



Solution: Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est $-\dfrac{1}{2}$, l'équation réduite est donc

$$y = -\frac{1}{2}x + 1.$$

2. **[/ 1]** Le point $M\,(12\,;-7)$ appartient-il à $\mathscr{D}$? Justifier.

Solution:

$$M \in \mathscr{D} \iff y_M = -\frac{1}{2}x_M + 1.$$

On a

$$-\frac{1}{2}x_M + 1 = -\frac{1}{2} \times 12 + 1 = -6 + 1 = -5 \neq y_M.$$

Donc $M \notin \mathscr{D}$.

3. **[/ 3]** Soient $A\,(-6\,;-6)$ et $B\,(9\,;4)$ dans le repère $\left(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\right)$. Déterminer l'équation réduite de (AB) puis la tracer sur le graphe ci-dessus.

Solution:

— A et B n'ont pas la même abscisse, (AB) n'est donc pas parallèle à l'axe des ordonnées et il existe deux réels m et p tels que (AB) ait pour équation cartésienne :

$$y = mx + p.$$

— **Calcul du coefficient directeur :** on a

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-6)}{9 - (-6)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

— **Calcul de l'ordonnée à l'origine :** $B \in (AB)$ donc

$$\begin{aligned} & y_B = mx_B + p \\ \iff & 4 = \frac{2}{3} \times 9 + p \\ \iff & 4 = 6 + p \\ \iff & -2 = p. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation réduite $y = \dfrac{2}{3}x - 2$.

— Grâce à l'équation réduite, on trouve que $C\,(0\,;-2) \in (AB)$. Par ailleurs, $\vec{d}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$, i.e. $\vec{d}\begin{pmatrix}1\\2/3\end{pmatrix}$, est un vecteur directeur de (AB). On en déduit que $\vec{v} = 3\vec{d}$, donc $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de (AB) car $\vec{d}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.