Nom : **Prénom :** **2$^{\text{de}}$:**

Mathématiques

Informations chiffrées

Sujet 1-A 17/03/2026

Note : / 18 Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 [/ 4]

La volière de Poudlard accueille des chouettes et hiboux, répartis en deux catégories : moyens et longs courriers. On sait que :
— la volière est composée de 75% de chouettes ;
— un tiers des chouettes sont des moyens courriers ;
— la moitié des chouettes et hiboux sont des moyens courriers.
On note :

— C l'ensemble des chouettes ;
— H l'ensemble des hiboux ;
— M l'ensemble des moyens courriers ;
— L l'ensemble des longs courriers.

1. [/ 1] Quelle est la proportion de chouettes moyens courriers par rapport à l'ensemble de la volière ?

Solution: On veut calculer $p(C \cap M)$. D'après l'énonce, $p(C) = 0,75$ et $p_C(M) = \dfrac{1}{3}$. On a

$$p(C \cap M) = p(C) \times p_C(M) = 0,75 \times \frac{1}{3} = 0,25.$$

Il y a donc 25% de chouettes moyens courriers dans la volière.

2. [/ 2] Au dernier recensement, il y avait 80 chouettes et hiboux dans la volière. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessus.

Effectifs	Chouettes C	Hiboux H	Total
Moyens courriers M	20	20	40
Longs courriers L	40	0	40
Total	60	20	80

3. [/ 1] Déterminer la proportion de hiboux parmi les moyens courriers.

Solution: On a

$$p_M(H) = \frac{\text{nbr hiboux moyens courriers}}{\text{nbr moyens courriers}} = \frac{20}{40} = 0,5.$$

Il y a 50% de hiboux parmi les moyens courriers.

Exercice 2 [/ 4]

Vous dirigez un magasin de balais volants sur le prestigieux Chemin de Traverse et décidez de solder de 10% un modèle vendu en espérant augmenter vos recettes de 10% sur ce modèle.

On note r_I, p_I et q_I, respectivement r_F, p_F et q_F, les recettes, prix et quantités vendues initiales, respectivement finales.

1. [/ ½] Exprimer r_I en fonction de p_I et q_I. Faire de même avec r_F, p_F et q_F.

Solution: On a $r_I = p_I \times q_I$ et $r_F = p_F \times q_F$.

2. [/ 1] Exprimer p_F en fonction de p_I. Justifier.

Solution: Le taux d'évolution associé à l'évolution de p_I vers p_F est $t_P = -10\% = -0,1$. Le coefficient multiplicateur associé à cette évolution est donc

$$c_P = 1 + t_P = 1 + (-0,1) = 0,9.$$

On en déduit que $p_F = 0,9p_I$.

3. [/ ½] Exprimer, sans justifier, r_F en fonction de r_I.

Solution: De la même façon que dans la question précédente, on trouve $r_F = 1,1r_I$.

4. [/ 2] Calculer le pourcentage d'augmentation des ventes à faire pour compenser la solde ? Arrondir le résultat au pourcent.

Solution:

On note c_q le coefficient multiplicateur associé à l'évolution de la quantité vendue. On a alors $q_F = c_q \times q_I$.

$$\begin{aligned}
& r_F = p_F \times q_F \\
\iff & 1,1r_I = 0,9p_I \times c_q q_I \\
\iff & 1,1r_I = 0,9c_q(p_I \times q_I) \\
\iff & 1,1r_I = 0,9c_q r_I \\
\iff & 1,1 = 0,9c_q \\
\iff & c_q = \frac{1,1}{0,9} \\
\iff & c_q \simeq 1,22.
\end{aligned}$$

On a enfin

$$t_q = c_q - 1 = 1,22 - 1 = 0,21.$$

Il faut augmenter les ventes de 22%.

Exercice 3 [/ 5]

Depuis que Fred et George sont arrivés à Poudlard, le nombre d'incidents dans l'école a augmenté de 18%. Après leur départ, l'école souhaiterait retrouver le nombre d'incidents qu'elle avait avant leur arrivée en trois ans.

1. [/ 1] Quel pourcentage de réduction des incidents va devoir atteindre Poudlard pour revenir au nombre d'incident précédant l'arrivée de Fred et George ? Arrondir au pourcent.

Solution: Il faut calculer le taux d'évolution réciproque de l'augmentation de $t = 18\%$ qu'ils ont causé. On calcule le coefficient multiplicateur c associé à t et son coefficient multiplicateur réciproque c' :

$$c = 1 + t = 1 + \frac{18}{100} = 1,18 \quad \text{et} \quad c' = \frac{1}{c} = \frac{1}{1,18} \simeq 0,85.$$

On en déduit le taux d'évolution réciproque :

$$t' = c' - 1 = 0,85 - 1 = -0,15 = -15\%.$$

Le nombre d'incidents doit baisser de 15% pour retourner au niveau précédant l'arrivée de Fred et George.

Deux ans se sont écoulés depuis le départ de Fred et George. Le nombre d'incidents a diminué de 9% la première année puis de 4% la seconde.

2. [/ 2] Calculer le pourcentage de diminution global du nombre d'incidents sur les deux ans. Arrondir au pourcent.

Solution: Les coefficients multiplicateurs associées à ces deux évolutions sont

$$c_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,09 = 0,91 \quad \text{et} \quad c_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,04 = 0,96.$$

Le coefficient multiplicateur global est

$$C = c_1 \times c_2 = 0,91 \times 0,96 \simeq 0,87.$$

Le taux d'évolution global est alors

$$T = C - 1 = 0,87 - 1 = -0,13 = -13\%.$$

Le nombre d'incidents a diminué de 13% en deux ans.

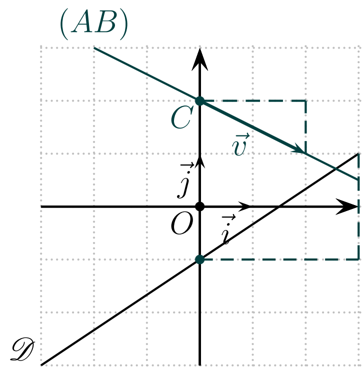
3. [/ 2] Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour atteindre 15% de diminution globale sur les trois ans. Arrondir au pourcent.

Solution: Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 15% est $0,85$. On cherche donc c_3 tel que

$$\begin{aligned} & c_1 \times c_2 \times c_3 = 0,85 \\ \iff & 0,91 \times 0,96 \times c_3 = 0,85 \\ \iff & c_3 = \frac{0,85}{0,91 \times 0,96} \\ \iff & c_3 \simeq 0,97. \end{aligned}$$

On a donc $t_3 = c_3 - 1 = 0,97 - 1 = -0,3 = -3\%$. Il faut donc une diminution de 3% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 15%.

Exercice 4 [/ 5]



1. **[/ 1]** Donner l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ dans le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ ci-contre par lecture graphique.

Solution: Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est -1 et le coefficient directeur est $\frac{2}{3}$, l'équation réduite est donc
$$y = \frac{2}{3}x - 1.$$

2. **[/ 1]** Le point $M\,(12\,;7)$ appartient-il à $\mathscr{D}$? Justifier.

Solution:
$$M \in \mathscr{D} \iff y_M = \frac{2}{3}x_M - 1.$$
On a
$$\frac{2}{3}x_M - 1 = \frac{2}{3} \times 12 - 1 = 8 - 1 = 7 = y_M.$$
Donc $M \in \mathscr{D}$.

3. **[/ 3]** Soient $A\,(-8\,;6)$ et $B\,(10\,;-3)$ dans le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. Déterminer l'équation réduite de (AB) puis la tracer sur le graphe ci-dessus.

Solution:

— A et B n'ont pas la même abscisse, (AB) n'est donc pas parallèle à l'axe des ordonnées et il existe deux réels m et p tels que (AB) ait pour équation cartésienne :
$$y = mx + p.$$

— **Calcul du coefficient directeur :** on a
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3-6}{10-(-8)} = \frac{-9}{18} = -\frac{1}{2}.$$

— **Calcul de l'ordonnée à l'origine :** $B \in (AB)$ donc
$$\begin{aligned} & y_B = mx_B + p \\ \iff & -3 = -\frac{1}{2} \times 10 + p \\ \iff & -3 = -5 + p \\ \iff & 2 = p. \end{aligned}$$
(AB) a donc pour équation réduite $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

— Grâce à l'équation réduite, on trouve que $C\,(0\,;2) \in (AB)$. Par ailleurs, $\vec{d}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$, i.e. $\vec{d}\begin{pmatrix}1\\-1/2\end{pmatrix}$, est un vecteur directeur de (AB). On en déduit que $\vec{v} = 2\vec{d}$, donc $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de (AB) car $\vec{d}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.