

Mathématiques

Droites du plan

Sujet 1-B

17/02/2026

Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 4]

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 3/5 \\ 3 \end{pmatrix}$ un vecteur et $A(0; 3)$ et $B(1; -2)$ deux points dans un repère du plan.

1. [/ 2] $\vec{u}$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?

Solution: $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB) donc $\vec{u}$ en est un aussi si et seulement si $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, si et seulement si leur déterminant est nul. On a

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ -2 - 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}; \overrightarrow{AB}) &= x_{\vec{u}} \times y_{\overrightarrow{AB}} - y_{\vec{u}} \times x_{\overrightarrow{AB}} \\ &= \frac{3}{5} \times (-5) - 3 \times 1 \\ &= -3 - 3 \\ &= -6 \\ &\neq 0. \end{aligned}$$

Donc $\vec{u}$ n'est pas vecteur directeur de (AB) .

2. [/ 2] Soit $C(2; -7)$ un troisième point du repère. A , B et C sont-ils alignés ?

Solution: A , B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, si et seulement si leur déterminant est nul. On a

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 - 0 \\ -7 - 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

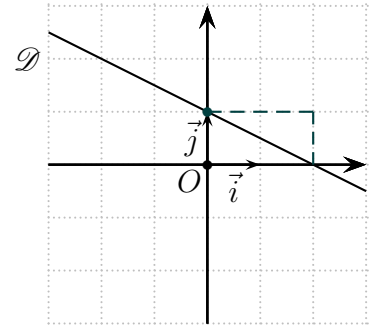
$$\begin{aligned} \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) &= 1 \times (-10) - (-5) \times 2 \\ &= -10 + 10 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Donc A , B et C sont alignés.

Exercice 2 [/ 4]

1. [/ 1] Donner les coordonnées dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$ ci-contre.

Solution: Par lecture graphique, $\vec{d} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de $\mathcal{D}$.



2. [/ 2] Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Solution: $\vec{d} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de $\mathcal{D}$ donc il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $\mathcal{D}$ ait pour équation cartésienne

$$y_{\vec{d}} \times x - x_{\vec{d}} \times y + c = 0 \implies -1x - 2y + c = 0.$$

Pour déterminer c , on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique $A(0; 1) \in \mathcal{D}$ donc

$$\begin{aligned} -x_A - 2y_A + c &= 0 \\ \iff 0 - 2 \times 1 + c &= 0 \\ \iff -2 + c &= 0 \\ \iff c &= 2. \end{aligned}$$

$\mathcal{D}$ a pour équation cartésienne

$$-x - 2y + 2 = 0.$$

3. [/ 1] Déterminer la coordonnée manquante du point $B(8; y_B)$ pour qu'il appartienne à $\mathcal{D}$.

Solution:

$$\begin{aligned} B \in \mathcal{D} &\iff -x_B - 2y_B + 2 = 0 \\ &\iff -8 - 2y_B + 2 = 0 \\ &\iff -2y_B - 6 = 0 \\ &\iff -2y_B = 6 \\ &\iff y_B = -3. \end{aligned}$$

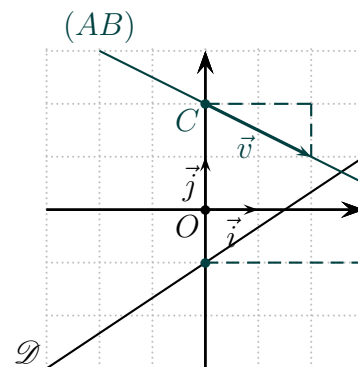
Donc $B(8; -3)$

Exercice 3 [/ 5]

1. [/ 1] Donner l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ci-contre par lecture graphique.

Solution: Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est -1 et le coefficient directeur est $\frac{2}{3}$, l'équation réduite est donc

$$y = \frac{2}{3}x - 1.$$



2. [/ 1] Le point $M(12; 7)$ appartient-il à $\mathcal{D}$? Justifier.

Solution:

$$M \in \mathcal{D} \iff y_M = \frac{2}{3}x_M - 1.$$

On a

$$\frac{2}{3}x_M - 1 = \frac{2}{3} \times 12 - 1 = 8 - 1 = 7 = y_M.$$

Donc $M \in \mathcal{D}$.

3. [/ 3] Soient $A(-8; 6)$ et $B(10; -3)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Déterminer l'équation réduite de (AB) puis la tracer sur le graphe ci-dessus.

Solution:

- A et B n'ont pas la même abscisse, (AB) n'est donc pas parallèle à l'axe des ordonnées et il existe deux réels m et p tels que (AB) ait pour équation cartésienne :

$$y = mx + p.$$

- **Calcul du coefficient directeur :** on a

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3 - 6}{10 - (-8)} = \frac{-9}{18} = -\frac{1}{2}.$$

- **Calcul de l'ordonnée à l'origine :** $B \in (AB)$ donc

$$\begin{aligned} y_B &= mx_B + p \\ \iff -3 &= -\frac{1}{2} \times 10 + p \\ \iff -3 &= -5 + p \\ \iff 2 &= p. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation réduite $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

- Grâce à l'équation réduite, on trouve que $C(0; 2) \in (AB)$. Par ailleurs, $\vec{d}\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$, i.e. $\vec{d}\begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$, est un vecteur directeur de (AB) . On en déduit que $\vec{v} = 2\vec{d}$, donc $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur de (AB) car $\vec{d}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4 [/ 5]

Soient f , g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -3x^2 + 6x + 24, \quad g(x) = -3(x-1)^2 + 27, \quad h(x) = -3(x+2)(x-4).$$

1. [/ 2] Montrer que f , g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Solution: Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= -3(x-1)^2 + 27 & h(x) &= -3(x+2)(x-4) \\ &= -3(x^2 - 2x + 1) + 27 & &= -3(x^2 + 2x - 4x - 8) \\ &= -3x^2 + 6x - 3 + 27 & &= -3(x^2 - 2x - 8) \\ &= -3x^2 + 6x + 24 & &= -3x^2 + 6x + 24 \\ &= f(x), & &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement, les trois fonctions sont égales.

2. [/ 1] En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de $\sqrt{5} + 1$.

Solution:

$$\begin{aligned} f(\sqrt{5} + 1) &= g(\sqrt{5} + 1) \\ &= -3(\sqrt{5} + 1 - 1)^2 + 27 \\ &= -3(\sqrt{5})^2 + 27 \\ &= -3 \times 5 + 27 \\ &= 12. \end{aligned}$$

3. [/ 1] Le point $M(0; 3)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$ de f ?

Solution: $M(0; 3) \in \mathcal{C}_f$ si et seulement si $f(0) = 3$. On a

$$f(0) = -3 \times 0^2 + 6 \times 0 + 24 = 24 \neq 3.$$

Donc $M(0; 3) \notin \mathcal{C}_f$.

4. [/ 1] En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de 0.

Solution: On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$-3(x+2)(x-4) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x+2=0$, i.e. $x=-2$; soit $x-4=0$, i.e. $x=4$.

0 a donc pour antécédents -2 et 4 .