

Mathématiques

Droites du plan

Sujet 1-A

17/02/2026

Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 4]

Soient $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -3/5 \end{pmatrix}$ un vecteur et $A(-3; 0)$ et $B(2; -1)$ deux points dans un repère du plan.

1. [/ 2] $\vec{u}$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?

Solution: $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB) donc $\vec{u}$ en est un aussi si et seulement si $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, si et seulement si leur déterminant est nul. On a

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 - (-3) \\ -1 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}; \overrightarrow{AB}) &= x_{\vec{u}} \times y_{\overrightarrow{AB}} - y_{\vec{u}} \times x_{\overrightarrow{AB}} \\ &= 3 \times (-1) - \left(-\frac{3}{5}\right) \times 5 \\ &= -3 + 3 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Donc $\vec{u}$ est vecteur directeur de (AB) .

2. [/ 2] Soit $C(-4; 6)$ un troisième point du repère. A , B et C sont-ils alignés ?

Solution: A , B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, si et seulement si leur déterminant est nul. On a

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -4 - (-3) \\ 6 - 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

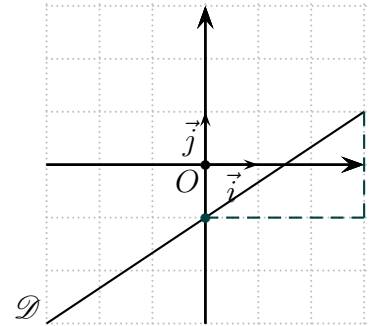
$$\begin{aligned} \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) &= 5 \times 6 - (-1) \times (-1) \\ &= 30 - 1 \\ &= 29 \\ &\neq 0. \end{aligned}$$

Donc A , B et C ne sont pas alignés.

Exercice 2 [/ 4]

1. [/ 1] Donner les coordonnées dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'un vecteur directeur de la droite $\mathcal{D}$ ci-contre.

Solution: Par lecture graphique, $\vec{d}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de $\mathcal{D}$.



2. [/ 2] Déterminer une équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Solution: $\vec{d}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ est vecteur directeur de $\mathcal{D}$ donc il existe $c \in \mathbb{R}$ tel que $\mathcal{D}$ ait pour équation cartésienne

$$y_{\vec{d}} \times x - x_{\vec{d}} \times y + c = 0 \implies 2x - 3y + c = 0.$$

Pour déterminer c , on utilise un point appartenant à la droite. On a par lecture graphique $A(0; -1) \in \mathcal{D}$ donc

$$\begin{aligned} 2x_A - 3y_A + c &= 0 \\ \iff 2 \times 0 - 3 \times (-1) + c &= 0 \\ \iff 3 + c &= 0 \\ \iff c &= -3. \end{aligned}$$

$\mathcal{D}$ a pour équation cartésienne

$$2x - 3y - 3 = 0.$$

3. [/ 1] Déterminer la coordonnée manquante du point $B(x_B; 7)$ pour qu'il appartienne à $\mathcal{D}$.

Solution:

$$\begin{aligned} B \in \mathcal{D} &\iff 2x_B - 3y_B - 3 = 0 \\ &\iff 2x_B - 3 \times 7 - 3 = 0 \\ &\iff 2x_B - 24 = 0 \\ &\iff 2x_B = 24 \\ &\iff x_B = 12. \end{aligned}$$

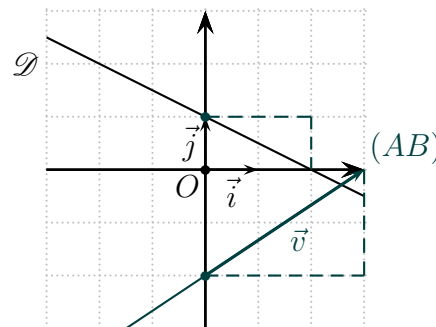
Donc $B(12; 7)$

Exercice 3 [/ 5]

1. [/ 1] Donner l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ci-contre par lecture graphique.

Solution: Par lecture graphique, l'ordonnée à l'origine est 1 et le coefficient directeur est $-\frac{1}{2}$, l'équation réduite est donc

$$y = -\frac{1}{2}x + 1.$$



2. [/ 1] Le point $M(12; -7)$ appartient-il à $\mathcal{D}$? Justifier.

Solution:

$$M \in \mathcal{D} \iff y_M = -\frac{1}{2}x_M + 1.$$

On a

$$-\frac{1}{2}x_M + 1 = -\frac{1}{2} \times 12 + 1 = -6 + 1 = -5 \neq y_M.$$

Donc $M \notin \mathcal{D}$.

3. [/ 3] Soient $A(-6; -6)$ et $B(9; 4)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Déterminer l'équation réduite de (AB) puis la tracer sur le graphe ci-dessus.

Solution:

- A et B n'ont pas la même abscisse, (AB) n'est donc pas parallèle à l'axe des ordonnées et il existe deux réels m et p tels que (AB) ait pour équation cartésienne :

$$y = mx + p.$$

- **Calcul du coefficient directeur :** on a

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-6)}{9 - (-6)} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}.$$

- **Calcul de l'ordonnée à l'origine :** $B \in (AB)$ donc

$$\begin{aligned} y_B &= mx_B + p \\ \iff 4 &= \frac{2}{3} \times 9 + p \\ \iff 4 &= 6 + p \\ \iff -2 &= p. \end{aligned}$$

(AB) a donc pour équation réduite $y = \frac{2}{3}x - 2$.

- Grâce à l'équation réduite, on trouve que $C(0; -2) \in (AB)$. Par ailleurs, $\vec{d}\left(\frac{1}{m}\right)$, i.e. $\vec{d}\left(\frac{1}{2/3}\right)$, est un vecteur directeur de (AB) . On en déduit que $\vec{v} = 3\vec{d}$, donc $\vec{v}\left(\frac{3}{2}\right)$ est aussi un vecteur directeur de (AB) car $\vec{d}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4 [/ 5]

Soient f , g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -2x^2 - 8x + 10, \quad g(x) = -2(x+2)^2 + 18, \quad h(x) = -2(x+5)(x-1).$$

1. [/ 2] Montrer que f , g et h sont trois expressions d'une seule et même fonction.

Solution: Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} g(x) &= -2(x+2)^2 + 18 & h(x) &= -2(x+5)(x-1) \\ &= -2(x^2 + 4x + 4) + 18 & &= -2(x^2 + 5x - x - 5) \\ &= -2x^2 - 8x - 8 + 18 & &= -2(x^2 + 4x - 5) \\ &= -2x^2 - 8x + 10 & &= -2x^2 - 8x + 10 \\ &= f(x), & &= f(x). \end{aligned}$$

On a donc $f(x) = g(x) = h(x)$. Autrement dit, les trois fonctions sont égales.

2. [/ 1] En choisissant l'expression la plus adaptée de f , calculer l'image de $\sqrt{3} - 2$.

Solution:

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3} - 2) &= g(\sqrt{3} - 2) \\ &= -2(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 18 \\ &= -2(\sqrt{3})^2 + 18 \\ &= -2 \times 3 + 18 \\ &= 12. \end{aligned}$$

3. [/ 1] Le point $M(0; 10)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$ de f ?

Solution: $M(0; 10) \in \mathcal{C}_f$ si et seulement si $f(0) = 10$. On a

$$f(0) = -2 \times 0^2 - 8 \times 0 + 10 = 10.$$

Donc $M(0; 10) \in \mathcal{C}_f$.

4. [/ 1] En choisissant l'expression la plus adaptée de f , déterminer les éventuels antécédents de 0.

Solution: On cherche x tel que $f(x) = 0$, ou encore $h(x) = 0$ donc

$$-2(x+5)(x-1) = 0.$$

D'après la règle du produit nul, soit $x+5=0$, i.e. $x=-5$; soit $x-1=0$, i.e. $x=1$.

0 a donc pour antécédents -5 et 1 .