Nom : **Prénom :** **2de :**

Mathématiques

Géométrie repérée

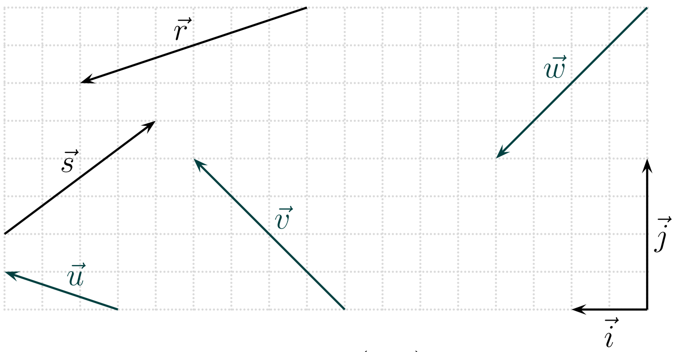
Sujet 1-B 06/01/2026

Note : / 18 Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 3]

On considère la base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ ci-dessous.



1. **[/ 1]** Donner les coordonnées de $\vec{r}$ et $\vec{s}$ dans la base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

Solution: On a $\vec{r}\begin{pmatrix}3\\-1/2\end{pmatrix}$ et $\vec{s}\begin{pmatrix}-2\\3/4\end{pmatrix}$.

2. **[/ 1]** Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}3/2\\1/4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ deux vecteurs dans la base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. Calculer les coordonnées de $\vec{w}=4\vec{u}-2\vec{v}$.

Solution:

$$\vec{w}\begin{pmatrix}4\times\frac{3}{2}-2\times 2\\4\times\frac{1}{4}-2\times 1\end{pmatrix}\implies\vec{w}\begin{pmatrix}6-4\\1-2\end{pmatrix}\implies\vec{w}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}.$$

3. **[/ 1]** Représenter $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans la base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

Exercice 2 [/ 3]

1. **[/ 2]** Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1/3\\1\end{pmatrix}$ deux vecteurs d'une base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

Solution: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$$\begin{aligned}\det\left(\vec{u}\,;\vec{v}\right) &= x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} - x_{\vec{v}} \times y_{\vec{u}}\\ &= 2\times 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\times(-3)\\ &= 2-1\\ &= 1\\ &\neq 0.\end{aligned}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont donc pas colinéaires.

2. **[/ 1]** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment-ils une base du plan ?

Solution: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment une base du plan si et seulement si ils ne sont pas colinéaires, la réponse est donc oui.

Exercice 3 [/ 3]

Soient $A\,(4\,;0)$, $B\,(-1\,;3)$, $C\,(-4\,;5)$ et $D\,(x_D\,;y_D)$ quatre points dans un repère du plan.

1. **[/ 1]** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Solution:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-4\\ 3-0\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\ 3\end{pmatrix}.$$

2. **[/ 2]** Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Solution: $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. On a

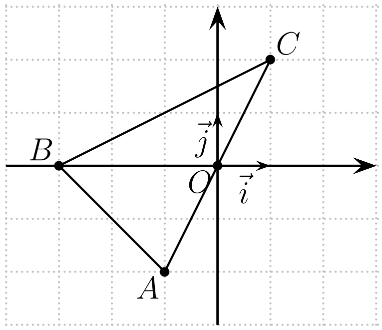
$$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C - x_D\\ y_C - y_D\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-4 - x_D\\ 5 - y_D\end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} &\iff \left\{\begin{array}{rcl}-5 &=& -4 - x_D\\ 3 &=& 5 - y_D\end{array}\right.\\ &\iff \left\{\begin{array}{rcl}x_D &=& -4+5\\ y_D &=& 5-3\end{array}\right.\\ &\iff \left\{\begin{array}{rcl}x_D &=& 1\\ y_D &=& 2\end{array}\right..\end{aligned}$$

Donc $D\,(1\,;2)$.

Exercice 4 [/ 6]

1. **[/ 1]** Quelles sont les coordonnées de A, B et C dans le repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ ci-contre ?



Point	Coordonnées
A	$A\,(-1\,;-2)$
B	$B\,(-3\,;0)$
C	$C\,(1\,;2)$

2. **[/ 2]** Montrer que le triangle ABC ci-contre est isocèle en C.

Solution: Montrons que ABC est isocèle en C. Il suffit de montrer que $AC = BC$. Le repère étant orthonormé, on a

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(1-(-1))^2 + (2-(-2))^2} \\ &= \sqrt{4+16} \\ &= \sqrt{20}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(1-(-3))^2 + (2-0)^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20}. \end{aligned}$$

On a bien $AC = BC$ donc ABC est isocèle en C.

3. **[/ 1]** Soit M le milieu de $[AB]$. Calculer les coordonnées $(x_M\,;y_M)$ de M.

Solution: On a

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + -3}{2} = -2$$

et

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$$

donc $M\,(-2\,;-1)$.

4. **[/ 1]** Justifier que $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires.

Solution: $[CM]$ est la médiane issue de C de ABC. Or ABC est isocèle donc sa médiane et sa hauteur sont confondues, $[CM]$ est donc la hauteur issue de C de ABC, on en déduit que $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires.

5. **[/ 1]** Sachant que $AB = 2\sqrt{2}$ et $MC = 3\sqrt{2}$, en déduire l'aire de ABC.

Solution: Comme $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires. $[AB]$ est la base associée à la hauteur $[CM]$ de ABC. On a donc

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times CM}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}^2. = 3 \times 2 = 6.$$

Exercice 5 [/ 3]

Résoudre l'inéquation $\dfrac{-4x+7}{5-3x} \geqslant 1$.

Solution: On a

$$\begin{aligned}
& \frac{-4x+7}{5-3x} \geqslant 1 \\
\iff & \frac{-4x+7}{5-3x} - 1 \geqslant 0 \\
\iff & \frac{-4x+7}{5-3x} - \frac{5-3x}{5-3x} \geqslant 0 \\
\iff & \frac{-4x+7-(5-3x)}{5-3x} \geqslant 0 \\
\iff & \frac{-4x+7-5+3x}{5-3x} \geqslant 0 \\
\iff & \frac{-x+2}{5-3x} \geqslant 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -x+2 \geqslant 0 \\
\iff & -x \geqslant -2 \\
\iff & x \leqslant 2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 5-3x \geqslant 0 \\
\iff & -3x \geqslant -5 \\
\iff & x \leqslant \frac{5}{3}.
\end{aligned}$$

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		2		$+\infty$
$-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
$5-3x$		$+$	0	$-$		$-$	
$\dfrac{2-x}{5-3x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left]-\infty\,;\frac{5}{3}\right[\cup [2\,;+\infty[$.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Salamèche.