Nom : **Prénom :** **2^{de} :**

Mathématiques

Géométrie repérée

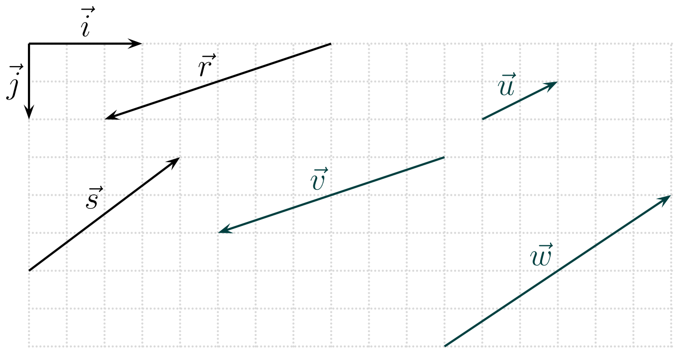
Sujet 1-A 06/01/2026

Note : / 18 Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 3]

On considère la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$ ci-dessous.



1. **[/ 1]** Donner les coordonnées de $\vec{r}$ et $\vec{s}$ dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$.

Solution: On a $\vec{r}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{s}\begin{pmatrix}4/3\\-3/2\end{pmatrix}$.

2. **[/ 1]** Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}2/3\\-1/2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ deux vecteurs dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$. Calculer les coordonnées de $\vec{w}=6\vec{u}+\vec{v}$.

Solution:

$$\vec{w}\begin{pmatrix}6\times\frac{2}{3}+(-2)\\6\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1\end{pmatrix}\implies\vec{w}\begin{pmatrix}4-2\\-3+1\end{pmatrix}\implies\vec{w}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}.$$

3. **[/ 1]** Représenter $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$.

Exercice 2 [/ 3]

1. [/ 2] Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\10\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1/2\\-5/4\end{pmatrix}$ deux vecteurs d'une base $\left(\vec{i}\,;\vec{j}\right)$. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

Solution: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

$$\begin{aligned}\det(\vec{u}\,;\vec{v}) &= x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} - x_{\vec{v}} \times y_{\vec{u}}\\ &= -4 \times \left(-\frac{5}{4}\right) - \frac{1}{2} \times 10\\ &= 5 - 5\\ &= 0.\end{aligned}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc colinéaires.

2. [/ 1] $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment-ils une base du plan ?

Solution: $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment une base du plan si et seulement si ils ne sont pas colinéaires, la réponse est donc non.

Exercice 3 [/ 3]

Soients $A\,(-2\,;1)$, $B\,(2\,;0)$, $C\,(-3\,;-2)$ et $D\,(x_D\,;y_D)$ quatre points dans un repère du plan.

1. [/ 1] Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Solution:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-(-2)\\ 0-1\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}.$$

2. [/ 2] Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Solution: $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. On a

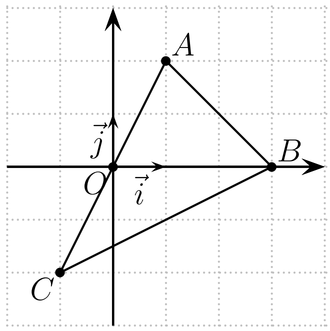
$$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C - x_D\\ y_C - y_D\end{pmatrix} \implies \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-3 - x_D\\ -2 - y_D\end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} &\iff \begin{cases} 4 &= -3 - x_D\\ -1 &= -2 - y_D\end{cases}\\ &\iff \begin{cases} x_D &= -3 - 4\\ y_D &= -2 + 1\end{cases}\\ &\iff \begin{cases} x_D &= -7\\ y_D = &= -1\end{cases}.\end{aligned}$$

Donc $D\,(-7\,;-1)$.

Exercice 4 [/ 6]

1. **[/ 1]** Quelles sont les coordonnées de A, B et C dans le repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ ci-contre ?



Point	Coordonnées
A	$A\,(1\,;2)$
B	$B\,(3\,;0)$
C	$C\,(-1\,;-2)$

2. **[/ 2]** Montrer que le triangle ABC ci-contre est isocèle en C.

Solution: Montrons que ABC est isocèle en C. Il suffit de montrer que $AC = BC$. Le repère étant orthonormé, on a

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{4+16} \\ &= \sqrt{20}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\ &= \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-0)^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20}. \end{aligned}$$

On a bien $AC = BC$ donc ABC est isocèle en C.

3. **[/ 1]** Soit M le milieu de $[AB]$. Calculer les coordonnées $(x_M\,;y_M)$ de M.

Solution: On a

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

et

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$$

donc $M\,(2\,;1)$.

4. **[/ 1]** Justifier que $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires.

Solution: $[CM]$ est la médiane issue de C de ABC. Or ABC est isocèle donc sa médiane et sa hauteur sont confondues, $[CM]$ est donc la hauteur issue de C de ABC, on en déduit que $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires.

5. **[/ 1]** Sachant que $AB = 2\sqrt{2}$ et $MC = 3\sqrt{2}$, en déduire l'aire de ABC.

Solution: Comme $[AB]$ et $[CM]$ sont perpendiculaires. $[AB]$ est la base associée à la hauteur $[CM]$ de ABC. On a donc

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times CM}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}^2. = 3 \times 2 = 6.$$

Exercice 5 [/ 3]

Résoudre l'inéquation $\dfrac{-8x+8}{2-7x} \geqslant 1$.

Solution: On a

$$\begin{aligned} & \frac{-8x+8}{5-3x} \geqslant 1 \\ \iff & \frac{-8x+8}{2-7x} - 1 \geqslant 0 \\ \iff & \frac{-8x+8}{2-7x} - \frac{2-7x}{2-7x} \geqslant 0 \\ \iff & \frac{-8x+8-(2-7x)}{2-7x} \geqslant 0 \\ \iff & \frac{-8x+8-2+7x}{2-7x} \geqslant 0 \\ \iff & \frac{-x+6}{2-7x} \geqslant 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -x+6 \geqslant 0 \\ \iff & -x \geqslant -6 \\ \iff & x \leqslant 6, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2-7x \geqslant 0 \\ \iff & -7x \geqslant -2 \\ \iff & x \leqslant \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

x	$-\infty$		$\frac{2}{7}$		6		$+\infty$
$-x+6$		$+$		$+$	0	$-$	
$2-7x$		$+$	0	$-$		$-$	
$\dfrac{-x+6}{2-7x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

On en déduit que la solution de l'inéquation est l'intervalle $\left]-\infty\,;\frac{2}{7}\right[\cup [6\,;+\infty[$.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Salamèche.