

Mathématiques spécifiques

Modélisation linéaire continue

Sujet 1-B

08/01/2026

Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 [/ 6]

Miaouss prête 10 000 pokédollars à Jessie et James au taux simple mensuel de 2% ; autrement dit, la somme à rembourser par Jessie et James augmentera de 2% de la somme initiale chaque mois. On appelle S_n la somme à rembourser par Jessie et James à Miaouss après n mois. On a donc $S_0 = 10\ 000$.

1. [/ 1] Montrer que le montant des intérêts simples mensuels est de 200 pokédollars.

Solution: On a 2% d'intérêts simples sur 10 000 pokédollars, soit $0,02 \times 10\ 000 = 200$.

2. [/ 1] Quelle sera la somme à rembourser par Jessie et James après un mois ?

Solution: On a $S_1 = S_0 + 200 = 10\ 200$. Ils devront donc rembourser 10 200 pokédollars.

3. [/ 1] Justifier que la suite (S_n) est arithmétique de raison 200.

Solution: La somme à rembourser par Jessie et James augmente de 200 pokédollars chaque mois. On a donc $S_{n+1} = S_n + 200$, la suite est donc arithmétique de raison 200.

4. [/ 1] Donner le terme général de (S_n) .

Solution: (S_n) est arithmétique de raison 200, on a donc $S_n = S_0 + r \times n = 10\ 000 + 200n$.

5. [/ 2] Déterminer à partir de combien de mois Jessie et James devront rembourser plus de 15 000 pokédollars à Miaouss.

Solution: On cherche n tel que $S_n \geq 15\ 000$. On a

$$10\ 000 + 200n \geq 15\ 000$$

$$200n \geq 5\ 000$$

$$n \geq 25.$$

Ils devront rembourser plus de 15 000 pokédollars à partir de 25 mois.

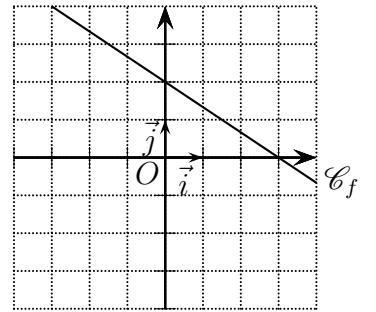
Exercice 2 [/ 4]

Soit f une fonction affine dont on a la représentation graphique ci-dessous.

1. [/ 1] Déterminer graphiquement le signe et les variations de f .

Solution: Par lecture graphique, f est décroissante et on a

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-



2. [/ 3] Déterminer l'expression de f .

Solution:

Introduction : f est affine donc il existe $m, p \in \mathbb{R}$ tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$. Par lecture graphique, on a

$$f(0) = 2 \quad \text{et} \quad f(3) = 0.$$

Calcul de m :

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{0 - 2}{3} = -\frac{2}{3}.$$

Calcul de p : on a $f(0) = p$ donc $p = 2$.

Conclusion : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

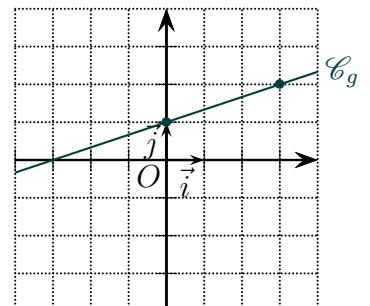
Exercice 3 [/ 2]

Soient g une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$ et \mathcal{C}_g sa courbe représentative. Donner, en justifiant, deux points appartenant à \mathcal{C}_g et la tracer dans le repère ci-contre.

Solution: $g(0) = 1$ donc $(0 ; 1) \in \mathcal{C}_g$.

Par ailleurs, $g(3) = \frac{1}{3} \times 3 + 1 = 1 + 1 = 2$.

Donc $(3 ; 2) \in \mathcal{C}_g$.



Exercice 4 [/ 6]

On considère le système d'imposition sur le revenu par tranches données dans le tableau ci-dessous.

Tranches	[0 ; 10 000[[10 000 ; 30 000[[30 000 ; 50 000[[50 000 ; +∞[
Taux d'imposition	0%	10%	30%	50%

1. [/ 1] Calculer le montant des impôts à payer par une personne gagnant 20 000€ par an.

Solution: Le salaire de la personne se décompose de la façon suivante :

$$20 000 = \underbrace{10 000}_{\text{tranche 1}} + \underbrace{10 000}_{\text{tranche 2}}.$$

On a

$$10 000 \times 0\% + 10 000 \times 10\% = 1 000.$$

La personne devra donc payer 1 000€ d'impôts.

2. [/ 1½] Soit r le revenu imposable d'une personne, on note $I(r)$ le montant de l'impôt à payer par cette personne. Montrer que, pour $r \in [10 000 ; 30 000[$, on a $I(r) = 0,1r - 1 000$.

Solution: Pour un revenu $r \in [10 000 ; 30 000[$, le montant imposable dans la deuxième tranche est $r - 10 000$. La première tranche étant imposée à 0%, on a

$$I(r) = 0 + (r - 10 000) \times 10\% = (r - 10 000) \times 0,1 = 0,1r - 1 000.$$

3. [/ 1½] Compléter l'expression de la fonction ci-dessous.

$$I(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \in [0 ; 10 000[, \\ 0,1r - 1 000 & \text{si } r \in [10 000 ; 30 000[, \\ 0,3r - 7 000 & \text{si } r \in [30 000 ; 50 000[, \\ 0,5r - 17 000 & \text{si } r \in [50 000 ; +\infty[. \end{cases}$$

4. [/ 1½] Compléter le tableau ci-dessous. On arrondira au pourcent.

Revenus imposables	Impôts	Taux d'imposition réel	Revenus nets d'impôts
40 000	5 000	12,5%	35 000
50 000	8 000	16%	42 000

5. [/ $\frac{1}{2}$] Chochodile gagne actuellement 40 000 pokédollars. Il a reçu une proposition d'augmentation de 10 000 pokédollars par an. Cependant, il hésite à accepter car cela le ferait passer dans la tranche d'imposition à 50% au lieu de 30% actuellement. Que lui conseillerez-vous ? Justifier.

Solution: D'après la question précédente, les revenus nets d'impôts de Chochodile augmenteraient de 35 000 à 42 000 pokédollars, soit une augmentation de 7 000 pokédollars. Il a donc intérêt à accepter l'augmentation.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Chochodile.

