

# Mathématiques spécifiques

## Modélisation linéaire continue

Sujet 1-B

08/01/2026

Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

### Exercice 1 [ / 6]

Miaouss prête 10 000 pokédollars à Jessie et James au taux simple mensuel de 2% ; autrement dit, la somme à rembourser par Jessie et James augmentera de 2% de la somme initiale chaque mois. On appelle  $S_n$  la somme à rembourser par Jessie et James à Miaouss après  $n$  mois. On a donc  $S_0 = 10\,000$ .

1. [ / 1] Montrer que le montant des intérêts simples mensuels est de 200 pokédollars.

**Solution:** On a 2% d'intérêts simples sur 10 000 pokédollars, soit  $0,02 \times 10\,000 = 200$ .

2. [ / 1] Quelle sera la somme à rembourser par Jessie et James après un mois ?

**Solution:** On a  $S_1 = S_0 + 200 = 10\,200$ . Ils devront donc rembourser 10 200 pokédollars.

3. [ / 1] Justifier que la suite  $(S_n)$  est arithmétique de raison 200.

**Solution:** La somme à rembourser par Jessie et James augmente de 200 pokédollars chaque mois. On a donc  $S_{n+1} = S_n + 200$ , la suite est donc arithmétique de raison 200.

4. [ / 1] Donner le terme général de  $(S_n)$ .

**Solution:**  $(S_n)$  est arithmétique de raison 200, on a donc  $S_n = S_0 + r \times n = 10\,000 + 200n$ .

5. [ / 2] Déterminer à partir de combien de mois Jessie et James devront rembourser plus de 15 000 pokédollars à Miaouss.

**Solution:** On cherche  $n$  tel que  $S_n \geq 15\,000$ . On a

$$10\,000 + 200n \geq 15\,000$$

$$200n \geq 5\,000$$

$$n \geq 25.$$

Ils devront rembourser plus de 15 000 pokédollars à partir de 25 mois.

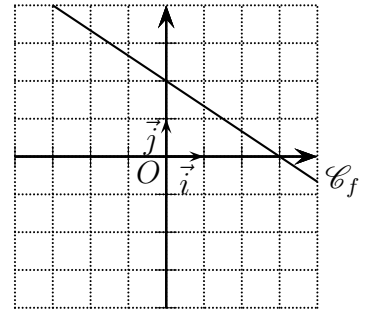
**Exercice 2** [ / 4]

Soit  $f$  une fonction affine dont on a la représentation graphique ci-dessous.

1. [ / 1] Déterminer graphiquement le signe et les variations de  $f$ .

**Solution:** Par lecture graphique,  $f$  est décroissante et on a

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$0$	$-$



2. [ / 3] Déterminer l'expression de  $f$ .

**Solution:**

**Introduction :**  $f$  est affine donc il existe  $m, p \in \mathbb{R}$  tels que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx + p$ . Par lecture graphique, on a

$$f(0) = 2 \quad \text{et} \quad f(3) = 0.$$

**Calcul de  $m$  :**

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{0 - 2}{3} = -\frac{2}{3}.$$

**Calcul de  $p$  :** on a  $f(0) = p$  donc  $p = 2$ .

**Conclusion :** pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

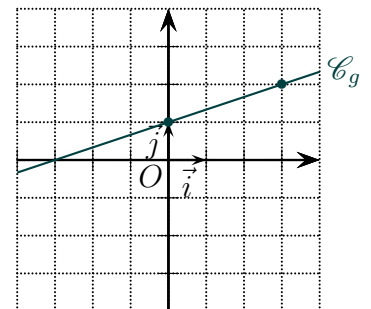
**Exercice 3** [ / 2]

Soient  $g$  une fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{1}{3}x + 1$  et  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative. Donner, en justifiant, deux points appartenant à  $\mathcal{C}_g$  et la tracer dans le repère ci-contre.

**Solution:**  $g(0) = 1$  donc  $(0; 1) \in \mathcal{C}_g$ .

Par ailleurs,  $g(3) = \frac{1}{3} \times 3 + 1 = 1 + 1 = 2$ .

Donc  $(3; 2) \in \mathcal{C}_g$ .



**Exercice 4 [ / 6]**

On considère le système d'imposition sur le revenu par tranches données dans le tableau ci-dessous.

Tranches	$[0 ; 10\,000[$	$[10\,000 ; 30\,000[$	$[30\,000 ; 50\,000[$	$[50\,000 ; +\infty[$
Taux d'imposition	0%	10%	30%	50%

1. [ / 1] Calculer le montant des impôts à payer par une personne gagnant 20 000€ par an.

**Solution:** Le salaire de la personne se décompose de la façon suivante :

$$20\,000 = \underbrace{10\,000}_{\text{tranche 1}} + \underbrace{10\,000}_{\text{tranche 2}}.$$

On a

$$10\,000 \times 0\% + 10\,000 \times 10\% = 1\,000.$$

La personne devra donc payer 1 000€ d'impôts.

2. [ / 1½] Soit  $r$  le revenu imposable d'une personne, on note  $I(r)$  le montant de l'impôt à payer par cette personne. Montrer que, pour  $r \in [10\,000 ; 30\,000[$ , on a  $I(r) = 0,1r - 1\,000$ .

**Solution:** Pour un revenu  $r \in [10\,000 ; 30\,000[$ , le montant imposable dans la deuxième tranche est  $r - 10\,000$ . La première tranche étant imposée à 0%, on a

$$I(r) = 0 + (r - 10\,000) \times 10\% = (r - 10\,000) \times 0,1 = 0,1r - 1\,000.$$

3. [ / 1½] Compléter l'expression de la fonction ci-dessous.

$$I(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \in [0 ; 10\,000[, \\ 0,1r - 1\,000 & \text{si } r \in [10\,000 ; 30\,000[, \\ 0,3r - 7\,000 & \text{si } r \in [30\,000 ; 50\,000[, \\ 0,5r - 17\,000 & \text{si } r \in [50\,000 ; +\infty[. \end{cases}$$

4. [ / 1½] Compléter le tableau ci-dessous. On arrondira au pourcent.

Revenus imposables	Impôts	Taux d'imposition réel	Revenus nets d'impôts
40 000	5 000	12,5%	35 000
50 000	8 000	16%	42 000

5. [        /  $\frac{1}{2}$ ] Chochodile gagne actuellement 40 000 pokédollars. Il a reçu une proposition d'augmentation de 10 000 pokédollars par an. Cependant, il hésite à accepter car cela le ferait passer dans la tranche d'imposition à 50% au lieu de 30% actuellement. Que lui conseilleriez-vous ? Justifier.

**Solution:** D'après la question précédente, les revenus nets d'impôts de Chochodile augmenteraient de 35 000 à 42 000 pokédollars, soit une augmentation de 7 000 pokédollars. Il a donc intérêt à accepter l'augmentation.

**Non noté :** Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Chochodile.

