

Mathématiques spécifiques

Modélisation linéaire continue

Sujet 1-A

08/01/2026

Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 [/ 6]

Miaouss prête 1 000 pokédollars à Jessie et James au taux simple mensuel de 5% ; autrement dit, la somme à rembourser par Jessie et James augmentera de 5% de la somme initiale chaque mois. On appelle S_n la somme à rembourser par Jessie et James à Miaouss après n mois. On a donc $S_0 = 1\,000$.

1. [/ 1] Montrer que le montant des intérêts simples mensuels est de 50 pokédollars.

Solution: On a 5% d'intérêts simples sur 1 000 pokédollars, soit $0,05 \times 1\,000 = 50$.

2. [/ 1] Quelle sera la somme à rembourser par Jessie et James après un mois ?

Solution: On a $S_1 = S_0 + 50 = 1\,050$. Ils devront donc rembourser 1 050 pokédollars.

3. [/ 1] Justifier que la suite (S_n) est arithmétique de raison 50.

Solution: La somme à rembourser par Jessie et James augmente de 50 pokédollars chaque mois. On a donc $S_{n+1} = S_n + 50$, la suite est donc arithmétique de raison 50.

4. [/ 1] Donner le terme général de (S_n) .

Solution: (S_n) est arithmétique de raison 50, on a donc $S_n = S_0 + r \times n = 1\,000 + 50n$.

5. [/ 2] Déterminer à partir de combien de mois Jessie et James devront rembourser plus de 2 000 pokédollars à Miaouss.

Solution: On cherche n tel que $S_n \geq 2\,000$. On a

$$1\,000 + 50n \geq 2\,000$$

$$50n \geq 1\,000$$

$$n \geq 20.$$

Ils devront rembourser plus de 2 000 pokédollars à partir de 20 mois.

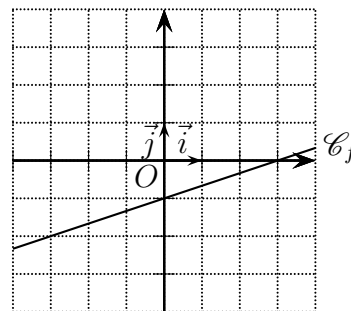
Exercice 2 [/ 4]

Soit f une fonction affine dont on a la représentation graphique ci-dessous.

1. [/ 1] Déterminer graphiquement le signe et les variations de f .

Solution: Par lecture graphique, f est croissante et on a

| | | | |
|--------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 3 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | - | 0 | + |



2. [/ 3] Déterminer l'expression de f .

Solution:

Introduction : f est affine donc il existe $m, p \in \mathbb{R}$ tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = mx + p$. Par lecture graphique, on a

$$f(0) = -1 \quad \text{et} \quad f(3) = 0.$$

Calcul de m :

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{0 - (-1)}{3} = \frac{1}{3}.$$

Calcul de p : on a $f(0) = p$ donc $p = -1$.

Conclusion : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$

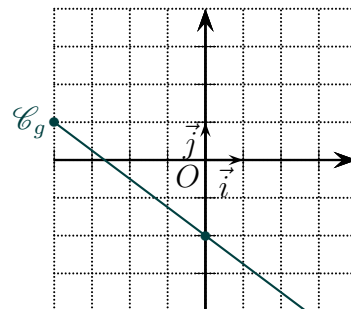
Exercice 3 [/ 2]

Soient g une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -\frac{3}{4}x - 2$ et \mathcal{C}_g sa courbe représentative. Donner, en justifiant, deux points appartenant à \mathcal{C}_g et la tracer dans le repère ci-contre.

Solution: $g(0) = -2$ donc $(0; -2) \in \mathcal{C}_g$.

Par ailleurs, $g(-4) = -\frac{3}{4} \times (-4) - 2 = 3 - 2 = 1$.

Donc $(-4; 1) \in \mathcal{C}_g$.



Exercice 4 [/ 6]

On considère le système d'imposition sur le revenu par tranches données dans le tableau ci-dessous.

| Tranches | $[0 ; 20\,000[$ | $[20\,000 ; 40\,000[$ | $[40\,000 ; 80\,000[$ | $[80\,000 ; +\infty[$ |
|-------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Taux d'imposition | 0% | 20% | 40% | 60% |

1. [/ 1] Calculer le montant des impôts à payer par une personne gagnant 30 000€ par an.

Solution: Le salaire de la personne se décompose de la façon suivante :

$$30\,000 = \underbrace{20\,000}_{\text{tranche 1}} + \underbrace{10\,000}_{\text{tranche 2}}.$$

On a

$$20\,000 \times 0\% + 10\,000 \times 20\% = 2\,000.$$

La personne devra donc payer 2 000€ d'impôts.

2. [/ 1½] Soit r le revenu imposable d'une personne, on note $I(r)$ le montant de l'impôt à payer par cette personne. Montrer que, pour $r \in [20\,000 ; 40\,000[$, on a $I(r) = 0,2r - 4\,000$.

Solution: Pour un revenu $r \in [20\,000 ; 40\,000[$, le montant imposable dans la deuxième tranche est $r - 20\,000$. La première tranche étant imposée à 0%, on a

$$I(r) = 0 + (r - 20\,000) \times 20\% = (r - 20\,000) \times 0,2 = 0,2r - 4\,000.$$

3. [/ 1½] Compléter l'expression de la fonction ci-dessous.

$$I(r) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \in [0 ; 20\,000[, \\ 0,2r - 4\,000 & \text{si } r \in [20\,000 ; 40\,000[, \\ 0,4r - 12\,000 & \text{si } r \in [40\,000 ; 80\,000[, \\ 0,6r - 28\,000 & \text{si } r \in [80\,000 ; +\infty[. \end{cases}$$

4. [/ 1½] Compléter le tableau ci-dessous. On arrondira au pourcent.

| Revenus imposables | Impôts | Taux d'imposition réel | Revenus nets d'impôts |
|--------------------|--------|------------------------|-----------------------|
| 70 000 | 16 000 | 23% | 54 000 |
| 80 000 | 20 000 | 25% | 60 000 |

5. [/ $\frac{1}{2}$] Chochodile gagne actuellement 70 000 pokédollars. Il a reçu une proposition d'augmentation de 10 000 pokédollars par an. Cependant, il hésite à accepter car cela le ferait passer dans la tranche d'imposition à 60% au lieu de 40% actuellement. Que lui conseilleriez-vous ? Justifier.

Solution: D'après la question précédente, les revenus nets d'impôts de Chochodile augmenterait de 54 000 à 60 000 pokédollars, soit une augmentation de 6 000 pokédollars. Il a donc intérêt à accepter l'augmentation.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Chochodile.

