

Spécialité mathématiques

Orthogonalité dans l'espace

Sujet 1

09/12/2025

Note : / 15

Durée : 1 h

- La calculatrice n'est pas autorisée.
- Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 [/ 3]

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de l'espace tels que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{25 - 12\sqrt{3}}$. Déterminer les mesures possibles de l'angle $(\vec{u}; \vec{v})$.

Exercice 2 [/ 4]

$A(0; 1; 0)$, $B(-1; 2; 1)$ et $C(3; 0; 1)$ sont des points dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

1. [/ 2] Montrer que A , B et C définissent un plan.
2. [/ 2] Déterminer un vecteur normal au plan (ABC) .

Exercice 3 [/ 8]

$A(1; -2; -1)$, $B(1; 1; -1)$ et $C(1; -2; 2)$, $D(3; -1; 0)$ sont des points dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

1. [/ 2] Montrer que A , B , C et D sont non coplanaires.
2. [/ 1] Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
3. [/ 3] Montrer que le point $H(1; -1; 0)$ est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC) .
4. [/ 2] Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$. *Rappel* : le volume d'un tétraèdre est donné par la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{A}h$ où h est la hauteur issue d'un point et \mathcal{A} l'aire de la base associée à cette hauteur.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Lokhlass.

