Chapitre 12

Probabilités

12.1 Expérience aléatoires et événements

Définition 12.1.

— *Une expérience est dite* ***aléatoire*** *lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.*

— *Une* ***issue*** *d'une expérience aléatoire est un résultat possible de cette expérience.*

— ***L'univers*** *associé à une expérience aléatoire est l'ensemble de ses issues. On le note généralement Ω (lettre grecque « oméga »).*

Exemple : Le tirage une carte d'un jeu de 52 cartes. Il s'agit bien d'une expérience aléatoire car on ne peut pas connaître à l'avance la carte que l'on va piocher (sauf si l'on est magicien). L'univers associé à cette expérience est

$$\{1\diamondsuit\,;2\diamondsuit\,;\ldots;\mathrm{D}\spadesuit\,;\mathrm{R}\spadesuit\}.$$

Une issue possible est de piocher un trèfle par exemple.

Définition 12.2. *On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω.*

— *Un* ***événement*** *est un ensemble d'issues.*

— ***L'événement certain*** *contient toutes les issues de Ω.*

— ***L'événement impossible*** *ne contient aucune issue, on le note $\emptyset$ (on dit « ensemble vide »).*

— *On appelle* ***événement élémentaire*** *tout événement ne contenant qu'une seule issue.*

Exemple :

— On reprend l'exemple du jeu de cartes, un exemple d'événement est de piocher un pique, il peut s'écrire sous la forme
$$\spadesuit = \{1\spadesuit\,;\ldots;\mathrm{R}\spadesuit\}.$$

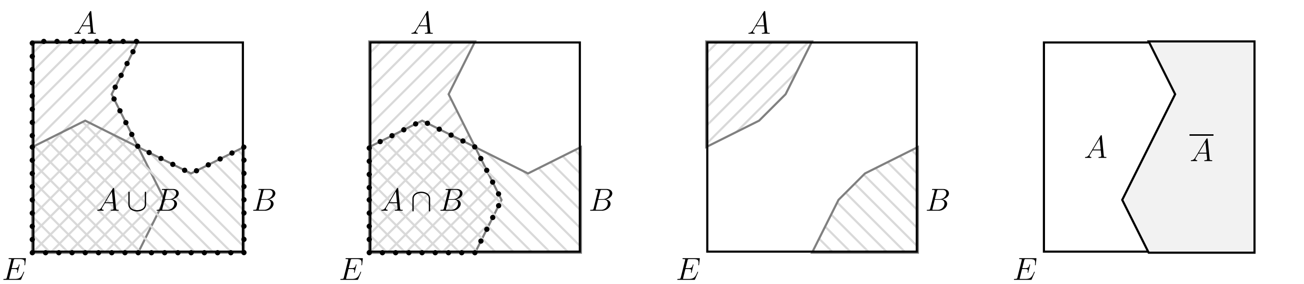
— Un événement élémentaire est de piocher le valet de trèfle par exemple.

Remarque : Une issue est donc un élément de l'univers et un événement en est un sous-ensemble.

12.2 Opérations sur les événements

Définition 12.3. *On considère une expérience aléatoire d'univers Ω.*

- $A \cup B$ *est l'événement constitué des issues appartenant à* A ***ou*** *à* B.
- $A \cap B$ *est l'événement constitué des issues appartenant à* A ***et*** *à* B.
- *Deux événements* A *et* B *de* Ω *sont dits* ***incompatibles*** *si on a* $A \cap B = \emptyset$.
- $\overline{A}$ *est l'événement constitué des issues de* Ω *qui ne sont pas dans* A*, on l'appelle* ***événement contraire*** *ou* ***complémentaire*** *de* A.



$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ $A \cap B = \emptyset$ $\qquad$ $\overline{A}$

Exemple : On reprend l'exemple du jeu de cartes et considère deux événements : A « piocher un carreau » et B « piocher une dame ».

- L'événement $A \cup B$ est « piocher un carreau ou une dame » et s'écrit :

$$A \cup B = \{1\diamondsuit\,;\ldots;\mathrm{D}\diamondsuit\,;\mathrm{R}\diamondsuit\,;\mathrm{D}\clubsuit\,;\mathrm{D}\heartsuit\,;\mathrm{D}\spadesuit\}.$$

- L'événement $A \cap B$ est « piocher la dame de carreau » et s'écrit : $A \cap B = \{\mathrm{D}\diamondsuit\}$.

- L'événement contraire de A est « piocher un trèfle, un pique ou un cœur » et s'écrit

$$\overline{A} = \clubsuit \cup \spadesuit \cup \heartsuit.$$

Définition 12.4. *Soient* A_1,..., A_n n *événements.* $(A_1\,;\ldots;A_n)$ *forme une* ***partition de l'univers*** *si et seulement si :*

- $A_1 \cup \cdots \cup A_n = \Omega$ *;*
- $A_i \cap A_j = \emptyset$ *pour tous* i, $j \in \{1\,;\ldots;n\}$, $i \neq j$.

Remarques :

- A et $\overline{A}$ forment toujours une partition de l'univers puisque par définition $A \cup \overline{A} = \Omega$ et $A \cap \overline{A} = \emptyset$.
- Dans le cas de deux événements A et B, A et B forment une partition de l'univers si et seulement si $A \cup B = \Omega$ et $A \cap B = \emptyset$, donc si et seulement si $B = \overline{A}$.

Exemples :

1. On considère le lancer d'un dé et les événements P « obtenir un résultat pair » et I « obtenir un résultat impair ». On a $\overline{P} = I$, donc P et I forment une partition de l'univers.
2. On considère le tirage d'une carte dans un jeu et les événements $\spadesuit$ « piocher un pique », $\heartsuit$ « piocher un cœur », $\diamondsuit$ « piocher un carreau » et $\clubsuit$ « piocher un trèfle ».
   (a) $\spadesuit$ et $\heartsuit$ ne forment pas une partition de l'univers car les piques et les cœurs ne forment pas l'ensemble des cartes : $\spadesuit \cup \heartsuit \neq \Omega$, même si $\spadesuit \cup \heartsuit = \emptyset$.
   (b) $(\spadesuit\,;\heartsuit\,;\clubsuit\,;\diamondsuit)$ est une partition de l'univers.

Exercices : 12.1 ; 12.12.

12.3 Probabilité d'un événement

12.3.1 Probabilité d'un événement

Proposition 12.1. *On considère une expérience aléatoire dont l'ensemble des issues possibles est l'univers Ω. Lorsque cette expérience est répétée un très grand nombre de fois, la fréquence de réalisation d'une issue $e \in \Omega$ se stabilise (converge) autour (vers) un nombre p. Ce nombre p est appelé **probabilité de l'issue** e.*

Définition 12.5.

1. *On considère un univers $\Omega = \{e_1\,; ...\,; e_n\}$. Définir une **loi de probabilité** pour une expérience aléatoire dont l'ensemble des issues possibles est Ω consiste à attribuer à chaque issue e_i une valeur $p_i \in [0\,;1]$ – appelée **probabilité de** e_i –, pour $i \in \{1\,; ...\,; n\}$ telle que*
$$p_1 + ... + p_n = 1.$$
2. *La probabilité d'un événement A est notée $\mathbb{P}(A)$ et est la somme des probabilités des issues qui réalisent A.*
3. *Il y a **équiprobabilité** lorsque les probabilités associées à chaque issue sont identiques . Soit A un événement de Ω. On a alors :*
$$\mathbb{P}(A) = \frac{\textit{nombre d'issues dans } A}{\textit{nombre d'issues de } \Omega}.$$

Exemple : On considère un dé à 6 faces truqué. En lançant plusieurs millier de fois le dé, on obtient les fréquences d'apparition de chaque faces :

Face	1	2	3	4	5	6
Fréquence	0,1	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2

La probabilité d'obtenir une face avec un nombre pair est
$$p = 0,2 + 0,3 + 0,3 = 0,7.$$

Exemple : On reprend l'exemple du jeu de cartes. Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité puisque chaque a autant de chance qu'une autre d'être tirée : 1/52 dans un jeu de 52 cartes.

La probabilité de piocher un trèfle est donc – puisque qu'il y a 13 trèfles dans le jeu –

$$\mathbb{P}(\clubsuit) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Proposition 12.2. *Soient Ω un univers et A un événement de Ω.*

1. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.
2. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$.
3. $0 \leqslant \mathbb{P}(A) \leqslant 1$.
4. $A \subset B \implies \mathbb{P}(A) \leqslant \mathbb{P}(B)$.

Exercices : 12.2 à 12.7 ; 12.13.

12.3.2 Probabilités et opérations sur les événements

Proposition 12.3. *On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω sur lequel a été défini une loi de probabilité. Soient A et B deux événements de Ω. On a :*

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B).$$

Si de plus A et B sont incompatibles :

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B).$$

En particulier :

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A).$$

Exemple : Dans une population de pokémons donnée, la probabilité qu'un pokémon soit de type Vol est de 0,4, qu'il soit de type Feu de 0,15 et qu'il soit Vol et Feu de 0,03 .

On pioche au sort un pokémon dans la population. On note V l'événement « le pokémon est de type Vol » et F « le pokémon est de type Feu ». On a donc $\mathbb{P}(V) = 0,4$, $\mathbb{P}(F) = 0,15$ et $\mathbb{P}(V \cap F) = 0,03$.

La probabilité que le pokémon ne soit pas Vol est donc

$$\mathbb{P}(\overline{V}) = 1 - \mathbb{P}(V) = 1 - 0,4 = 0,6.$$

La probabilité que le pokémon soit Vol ou Feu est donc

$$\mathbb{P}(V \cup F) = \mathbb{P}(V) + \mathbb{P}(F) - \mathbb{P}(V \cap F) = 0,4 + 0,15 - 0,03 = 0,42.$$

Proposition 12.4. ***[Formule des probabilités totales]***

1. *Soient A et B deux événements. On a*

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}).$$

2. *Soient $(A_1\,; \dots ; A_n)$ une partition de l'univers et B un événement, alors*

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B \cap A_1) + \cdots + \mathbb{P}(B \cap A_n).$$

Démonstration.

1. Soient A et B deux événements. Comme A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, on a

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(B) &= \mathbb{P}(B \cap \Omega) \\
&= \mathbb{P}(B \cap [A \cup \overline{A}]) \\
&= \mathbb{P}([B \cap A] \cup [B \cap \overline{A}]) \\
&= \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}) - \mathbb{P}([B \cap A] \cap [B \cap \overline{A}]) \\
&= \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}) - \mathbb{P}(B \cap A \cap \overline{A}) \\
&= \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}) - \mathbb{P}(B \cap \emptyset) \\
&= \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}) - \mathbb{P}(\emptyset) \\
&= \mathbb{P}(B \cap A) + \mathbb{P}(B \cap \overline{A}).
\end{aligned}$$

2. Admis

□

Exercices : 12.4 à 12.7 ; 12.14 et 12.15.

12.4 Expériences successives et arbre pondéré

12.4.1 Probabilité conditionnelle

Définition 12.6. *Soient A et B deux événements tels que $\mathbb{P}(A) \neq 0$. On appelle $\mathbb{P}_A(B)$ la probabilité de B* ***sachant*** *A : C'est la probabilité que l'événement B se réalise* ***sachant*** *que le A s'est déjà réalisé. Elle définit par :*

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)}.$$

Remarque : on a donc $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B)$, c'est cette formule que l'on utilisera le plus souvent.

Proposition 12.5. *Soient A et B deux événements tels que $\mathbb{P}(A) \neq 0$.*

1. $0 \leqslant \mathbb{P}_A(B) \leqslant 1$.
2. $\mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}_A(\overline{B}) = 1$.

Démonstration. Soient A et B deux événements tels que $\mathbb{P}(A) \neq 0$.

1. (a) Une probabilité est toujours positive donc $\mathbb{P}(A) \geqslant 0$ et $\mathbb{P}(A \cap B) \geqslant 0$. On en déduit que

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)} \geqslant 0.$$

   (b) Par ailleurs, on a $A \cap B \subset A$, donc $\mathbb{P}(A \cap B) \leqslant \mathbb{P}(A)$, d'où

$$\mathbb{P}_A(B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)} \leqslant \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(A)} = 1.$$

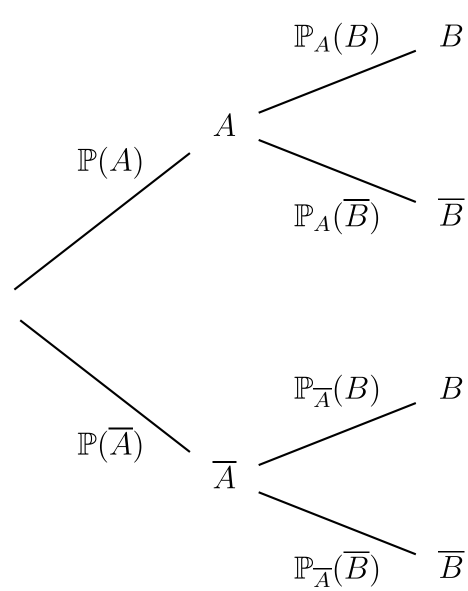
2. Comme B et $\overline{B}$ forment une partition de l'univers, on peut utiliser la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}_A(\overline{B}) &= \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)} + \frac{\mathbb{P}(A \cap \overline{B})}{\mathbb{P}(A)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(A \cap \overline{B})}{\mathbb{P}(A)} \\
&= \frac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(A)} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

□

12.4.2 Expériences successives et arbre pondéré

Un **arbre pondéré** est un **graphe** modélisant des expériences successives en décrivant les différents chemins permettant d'accéder à un événement en passant par d'autres événements. Il est constitué de **nœuds** où sont placés les événements et de **branches** liant ces différents événements et affichant la probabilité de l'événement suivant sachant celle du précédent.

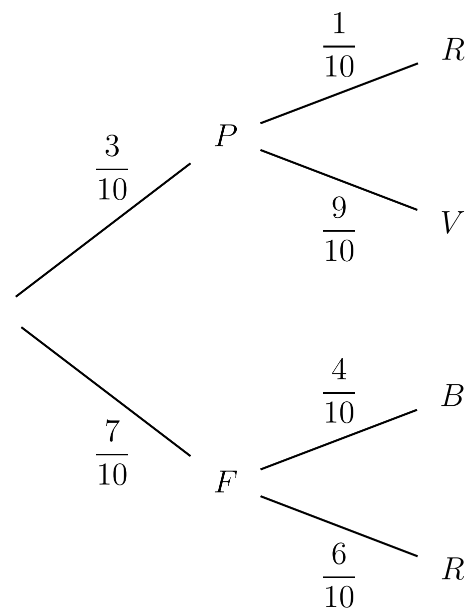


Remarques : Dans un arbre de probabilités :

— la somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est toujours égale à 1 ;

— la probabilités d'un chemin est le produit des probabilités des branches qui le composent .

Exemple : Considérons le cas d'un jeu à deux épreuves ; la première consiste en un pile ou face avec une pièce truquée ; si l'on fait pile, la seconde épreuve consiste à piocher une boule au hasard dans une urne contenant une boule rouge et neuf vertes ; si l'on fait face, l'urne contient deux six rouges et quatre boules bleues.



L'univers ici est $\{P \cap R\,; P \cap V\,; F \cap R\,; F \cap B\}$ et l'arbre le décrivant est celui ci-contre.
La probabilité de faire pile et de piocher une boule rouge est :

$$\mathbb{P}(P \cap R) = \mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}_P(R) = \frac{3}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{100}.$$

Comme F et P forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales , la probabilité de piocher une boule rouge est :

$$\mathbb{P}(R) = \mathbb{P}(P \cap R) + \mathbb{P}(F \cap R) = \frac{3}{100} + \frac{7}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{45}{100}.$$

Exercices : 12.8 à 12.11 ; 12.16 et 12.17.

12.5 Capacités attendues

— Utiliser des modèles théoriques de référence (dé, pièce équilibrée, tirage au sort avec équiprobabilité dans une population) en comprenant que les probabilités sont définies a priori.

— Construire un modèle à partir de fréquences observées, en distinguant nettement modèle et réalité.

— Calculer des probabilités dans des cas simples : expérience aléatoire à deux ou trois épreuves.

12.6 Exercices

12.6.1 Progresser

Opérations sur les événements

Exercice 12.1. On considère un lancé de dé à six faces. On note A et B respectivement les événements « avoir un résultat pair » et « avoir un résultat inférieur ou égal à trois ».

1. Quel est l'univers associé au lancé de dé ?
2. Écrire A et B sous forme d'ensemble.
3. Que valent : $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$?
4. A et B forment-ils une partition de l'univers ?
5. Donner deux ensembles formant une partition de l'univers. Même question avec trois événements.

Probabilité d'un événement

Exercice 12.2. On pioche une carte au hasard dans un jeu de 52 cartes.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir un roi.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir l'as de pique.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir une figure.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir un cœur ou une figure.

Exercice 12.3. [Attrapez les tous] En traversant les hautes herbes à la sortie de Bourg Palette, vous rencontrez de petites créatures étranges. Celles-ci ont des niveaux divers dont la fréquence est donnée par le tableau ci-dessous.

Niveau de la créature	1	2	3	4	5 et plus
Fréquence (en %)	5	15	50	25	

Compléter le tableau ci-dessus puis déterminer les probabilités des événements ci-dessous.

1. A : « la créature est de niveau 2 ».
2. B : « la créature est au moins de niveau 3 ».
3. C : « la créature est de niveau entre 2 et 4 ».

Probabilités et opérations sur les événements

Exercice 12.4. Soient A et B deux évènements de Ω tels que :

$$\mathbb{P}(A) = 0,2, \quad \mathbb{P}(B) = 0,6 \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(A \cap B) = 0,15.$$

1. Déterminer $\mathbb{P}(\overline{A})$ et $\mathbb{P}(\overline{B})$.
2. Déterminer $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Exercice 12.5. Soient A et B deux évènements de Ω.

1. Si $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,27$, $\mathbb{P}(B) = 0,24$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,09$, calculer $\mathbb{P}(A)$.
2. Si $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,7$, $\mathbb{P}(A) = 0,14$ et $\mathbb{P}(B) = 0,59$, calculer $\mathbb{P}(A \cap B)$.

Exercice 12.6. Calculer les probabilités $\mathbb{P}\left(\overline{A}\right)$, $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right)$, $\mathbb{P}\left(\overline{A \cup B}\right)$ et $\mathbb{P}\left(\overline{A \cap B}\right)$ dans les cas suivants :

1. $\mathbb{P}(A) = 0,15$, $\mathbb{P}(B) = 0,21$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,1$.
2. $\mathbb{P}(A) = 0,13$, $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,05$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,16$.

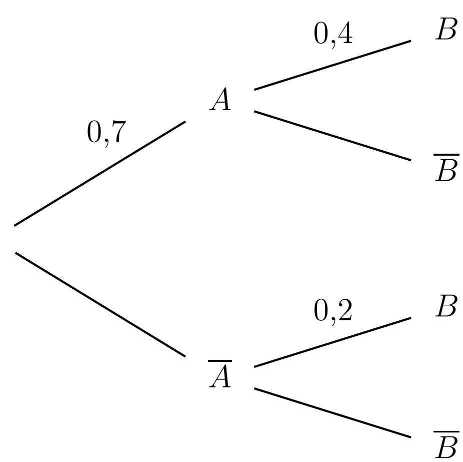
Exercice 12.7. [Pokémons] On s'intéresse ici aux types des pokémons, notamment aux types eau et glace. On note E l'événement « le pokémon est de type eau » et G l'événement « le pokémon est de type glace ». On obtient les données suivantes : $\mathbb{P}(E) = \dfrac{32}{150}$, $\mathbb{P}(G) = \dfrac{5}{150}$ et $\mathbb{P}(E \cap G) = \dfrac{3}{150}$. On laissera tous les résultats sous forme de fractions.

1. Exprimer en français les événements $\overline{E}$ et $E \cap G$.
2. Exprimer à l'aide de E et G l'événement « le pokémon est de type eau ou glace » et « le pokémon n'est ni de type eau ni de type glace ».
3. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type eau, puis celle qu'il ne soit pas de type glace.
4. Calculer la probabilité que le pokémon soit de type eau ou glace.
5. En déduire $\mathbb{P}(\overline{E \cup G})$.
6. Calculer la probabilité que le pokémon ne soit pas de type eau ou ne soit pas de type glace. *Indication :* on pourra commencer par écrire cet événement à l'aide de E et G puis utiliser le fait que $\overline{E} \cup \overline{G} = \overline{E \cap G}$.

Expériences successives et arbre pondéré

Exercice 12.8. Soient A et B deux événements.

1. Compléter l'arbre ci-contre.
2. Calculer $\mathbb{P}(A \cap B)$.
3. En déduire $\mathbb{P}(B)$.
4. Calculer $\mathbb{P}(\overline{B})$.



Exercice 12.9. [Droïdes] Une usine produit des droïdes et comporte deux unités de production. Lorsqu'un droïde comporte un défaut, il est jeté.
On sait que 70 % de la production vient de l'unité A, le reste vient d'une unité B plus ancienne. En outre, on sait que 2 % des droïdes venant de l'unité A ont un défaut, alors qu'il y en a 6 % parmi ceux venant de l'unité B.
On choisit un droïde au hasard dans la production et on considère les événements :

— A : « le droïde vient de l'unité A ».

— B : « le droïde vient de l'unité B ».

— D :« le droïde a un défaut ».

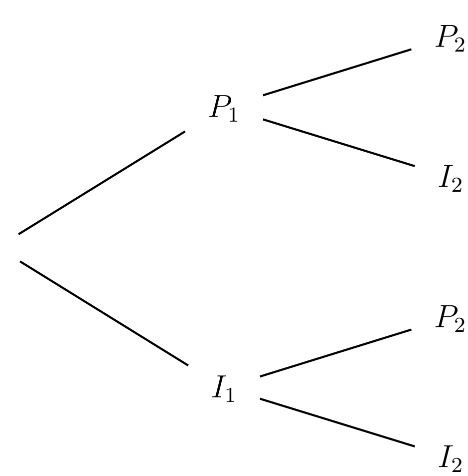
1. Quelle est la probabilité pour que le droïde vienne de l'unité B ?
2. Faire un arbre pondéré modélisant la situation de l'énoncé.
3. Déterminer la probabilité pour que le droïde vienne de l'unité A et ait un défaut.
4. Quelle est la probabilité pour que le droïde ait un défaut ?
5. Quelle est la probabilité pour que le droïde n'ait pas défaut ?

Exercice 12.10. [Dés] On lance deux fois un dé à six faces truqué dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,2	0,1	0,4	0,15	0,05	0,1

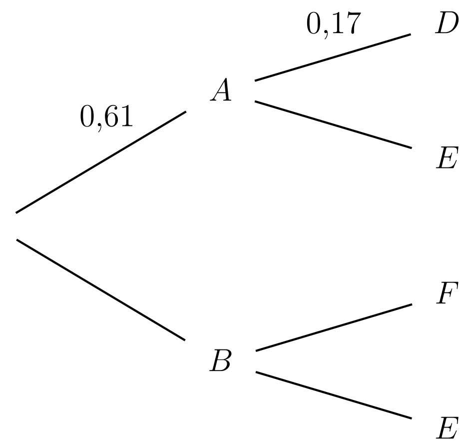
On note N le résultat du dé et I l'événement le résultat est impair.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un 3 ou plus à un lancer de dé ? Un impair ?
2. Lors des deux lancers de dé on s'intéresse à la parité de la somme des deux lancers. Pour cela, on note à chaque lancer si le nombre obtenu est pair ou impair grâce aux événements P_k (k-ième lancer pair) et I_k (k-ième lancer impair).
   (a) Compléter l'arbre pondéré ci-contre avec les probabilités correspondantes.
   (b) Quelle est la probabilité d'obtenir deux pairs ?
   (c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un pair ?
   (d) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus un impair ?
   (e) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme paire ?



Exercice 12.11. Soit l'arbre pondéré ci-contre.

1. Déterminer $\mathbb{P}(D)$
2. Sachant que $\mathbb{P}(E) = 0,7403$, compléter l'arbre avec les probabilités correspondantes.



12.6.2 S'entraîner

Opérations sur les événements

Exercice 12.12. On considère un lancé de dé à huit faces. On note A et B respectivement les événements « avoir un résultat impair » et « avoir un résultat supérieur ou égal à cinq ».

1. Quel est l'univers associé au lancé de dé ?
2. Écrire A et B sous forme d'ensemble.
3. Que valent : $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$?
4. A et B forment-ils une partition de l'univers ?
5. Donner deux ensembles formant une partition de l'univers. Même question avec trois événements.

Probabilité d'un événement

Exercice 12.13. [Dragées surprises] Albus pioche dans une boîte de bonbons opaque et prend une friandise. Sachant que dans cette boîte il y en a 6 à la fraise, 4 à la framboise, 5 à l'orange, 3 au citron, 3 à la pomme, 2 à la rose, 2 à la poubelle, 5 à la morve de troll, déterminer :

1. Soit C l'évènement « Albus prend un bonbon au citron ». Déterminer $\mathbb{P}(C)$.
2. Quelle est la probabilité qu'Albus prenne un bonbon à la morve de troll ?
3. Quelle est la probabilité qu'Albus prenne un bonbon aux fruits ?

Probabilités et opérations sur les événements

Exercice 12.14. Soient A et B deux évènements de Ω.

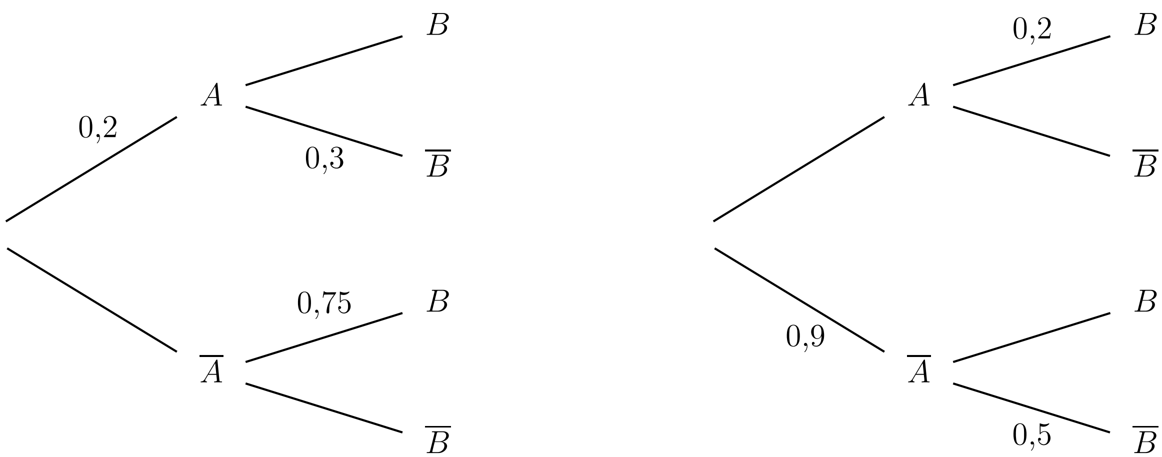
1. Si $\mathbb{P}(A) = 0,16$, $\mathbb{P}(B) = 0,12$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,02$, calculer $\mathbb{P}(A \cup B)$.
2. $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,23$, $\mathbb{P}(B) = 0,17$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,07$, calculer $\mathbb{P}(A)$.
3. $\mathbb{P}(A \cup B) = 0,8$, $\mathbb{P}(A) = 0,4$ et $\mathbb{P}(B) = 0,4$, calculer $\mathbb{P}(A \cap B)$.

Exercice 12.15. Calculer les probabilités $\mathbb{P}\left(\overline{A}\right)$, $\mathbb{P}\left(\overline{B}\right)$, $\mathbb{P}\left(\overline{A\cup B}\right)$ et $\mathbb{P}\left(\overline{A\cap B}\right)$ dans les cas suivants :

1. $\mathbb{P}(A) = 0,15$, $\mathbb{P}(B) = 0,41$ et $\mathbb{P}(A\cup B) = 0,48$.
2. $\mathbb{P}(A) = 0,49$, $\mathbb{P}(A\cap B) = 0,27$ et $\mathbb{P}(A\cup B) = 0,68$.

Expériences successives et arbre pondéré

Exercice 12.16. Soient A et B deux événements.



Dans chacun des cas :

1. Compléter l'arbre ci-dessus.
2. Calculer $\mathbb{P}(A\cap B)$.
3. En déduire $\mathbb{P}(B)$.
4. Calculer $\mathbb{P}(\overline{B})$.

Exercice 12.17. [Zombies] Lorsque Ada rencontre un zombie, il y a 70 % de chance pour que cela soit un zombie « normal », sinon c'est un « super zombie ». Il y a alors deux possibilités pour la rencontre suivante : si Ada a rencontré un zombie normal, elle a 50 % des chance d'en rencontrer un nouveau ; sinon, c'est 60 %. Quelle est la probabilité pour Ada qu'elle rencontre deux super zombies de suite ? *Indication :* on pourra modéliser la situation par un arbre.

12.6.3 Le Flashback !

Flashback 12.1. Soit f une fonction affine dont la droite représentative passe par les points A et B. Dans chacun des cas suivants, déterminer l'expression de f puis donner ses tableau de signes et de variations.

1. $A\left(\dfrac{1}{4}\,;\dfrac{1}{3}\right)$ et $B\left(\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{1}{9}\right)$.
2. $A\left(\sqrt{2}\,;-\sqrt{3}\right)$ et $B\left(-\sqrt{2}\,;\sqrt{3}\right)$.

Flashback 12.2. Écrire sans racine carrée au dénominateur la fraction $\dfrac{3}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}$.