

# Spécialité mathématiques

## Limites de suites

Sujet 1

22/11/2025

Note : / 15

Durée : 1 h

- La calculatrice n'est pas autorisée.
- Le sujet est à rendre avec la copie.

### Exercice 1 [ / 8]

Déterminer, en justifiant, les limites des suites suivantes.

1. [ / 2]  $u_n = \frac{2n^3 - 3n^2 + 1}{3n^3 - 6n}$ .
2. [ / 2]  $v_n = \frac{2 - \cos(n)}{n + 1}$ .
3. [ / 2]  $w_n = \sqrt{n} - 2 \sin(n)$ .
4. [ / 1]  $x_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$ .
5. [ / 1]  $y_n = 2 \left(-\frac{5}{3}\right)^n$ .

### Exercice 2 [ / 7]

Kang et Kodos souhaiteraient envahir Springfield afin de soumettre sa population. Afin d'éviter les révoltes, ils font subir un lavage de cerveau aux habitants dans leur sommeil. Pour savoir combien de temps va leur prendre leur conquête, ils modélisent la proportion d'habitants échappant à leur influence jour après jour à l'aide de la suite  $(t_n)$  où  $n$  est le nombre de jours de lavage de cerveau. Le premier jour, ils endoctrinent 10% des habitants, on a donc  $t_1 = 0,9$ . À partir de là, ils estiment que la suite  $(t_n)$  est modélisée par  $t_{n+1} = t_n - 0,1(t_n)^2$ .

1. [ / 1] Étudier les variations de la fonction  $f$  définie sur  $[0; 1]$  par  $f(x) = x - 0,1x^2$ .
2. [ / 3] Montrer par récurrence que, pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $0 \leq t_{n+1} \leq t_n \leq 1$ .
3. [ / 2] Montrer que  $(t_n)$  est convergente et déterminer sa limite.
4. [ / 1] Kang et Kodos, estiment qu'il faut que moins de 0,1% de la population échappe à leur contrôle mental pour dominer Springfield. Compléter, sur la copie, l'algorithme ci-dessous leur permettant de savoir au bout de combien de jours ils auront le contrôle de la ville.

---

#### Algorithme 1 : Contrôle de Springfield

---

```

1  n ← .....
2  t ← .....
3  Tant que ..... :
4  |   n ← .....
5  |   t ← .....
6  Renvoyer : .....
```

---

**Non noté :** Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Tiplouf.

