

Mathématiques

Vecteurs

Sujet 1-B

04/11/2025

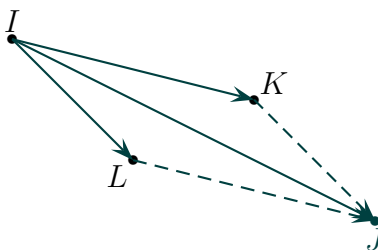
Note : / 18

Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 1]

Construire le point J tel que $\overrightarrow{IK} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{IJ}$. On laissera apparent les traits de construction.



Exercice 2 [/ 3]

Soient A, B, C et D quatre points du plans tels que $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DA}$. Montrer que $ABDC$ est un parallélogramme.

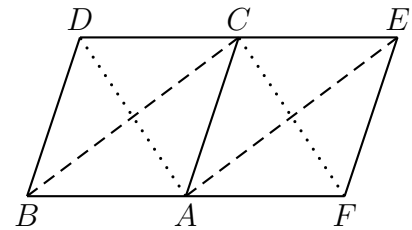
Solution: On a

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CB} &= 2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DA} \\ &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} \quad (\text{Chasles}).\end{aligned}$$

On retrouve une égalité du parallélogramme : $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}$, d'après la règle du parallélogramme, $ABDC$ en est un.

Exercice 3 [/ 6]

Sur la figure ci-contre, les quadrilatères $BFDE$, $FADC$ et $ABCE$ sont des parallélogrammes, ; A est le milieu de $[BF]$ et C est le milieu de $[DE]$. Déterminer à quel vecteur sont égales les sommes suivantes. Justifier.



1. [/ 3] $\vec{CA} + \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{DE}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\vec{CA} + \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{DE} &= \vec{BC} + \vec{CA} + \vec{DC} \quad \text{car } C \text{ milieu de } [ED] \\ &= \vec{BA} + \vec{DC} \quad (\text{Chasles}) \\ &= \vec{BA} + \vec{AF} \quad (\vec{DC} = \vec{AF}) \\ &= \vec{BF} \quad (\text{Chasles}).\end{aligned}$$

2. [/ 3] $2\vec{FA} - \vec{CB} - \vec{AD}$.

Solution:

$$\begin{aligned}2\vec{FA} - \vec{CB} - \vec{AD} &= \vec{FB} + \vec{BC} + \vec{DA} \quad \text{car } A \text{ milieu de } [BF] \\ &= \vec{FC} + \vec{DA} \quad (\text{Chasles}) \\ &= \vec{FC} + \vec{CF} \quad (\vec{DA} = \vec{CF}) \\ &= \vec{FF} \quad (\text{Chasles}) \\ &= \vec{0}.\end{aligned}$$

Exercice 4 [/ 1½]

Développer et réduire :

1. [/ ½] $(x - 7)^2 = x^2 + 2 \times x \times 7 + 5^2 = x^2 - 14x + 49.$

2. [/ ½] $(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16.$

3. [/ ½] $(2 - 4x)(6x + 5) = 12x + 10 - 24x^2 - 20x = -24x^2 - 8x + 10.$

Exercice 5 [/ 1½]

Factoriser :

1. [/ ½] $y^2 + 8y + 16 = y^2 + 2 \times y \times 4 + 4^2 = (y + 4)^2.$

2. [/ ½] $9 - (5y - 7)^2 = 3^2 - (5y - 7)^2 = (3 - [5y - 7])(3 + [5y - 7]) = (10 - 5y)(-4 + 5y).$

3. [/ ½] $(2y + 1)(3 - 6y) - (3 - 6y)y = (3 - 6y)([2y + 1] - y) = (3 - 6y)(y + 1).$

Exercice 6 [/ 3]Écrire sans racine carrée au dénominateur et simplifier $\frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1}.$ **Solution:**

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1} &= \frac{(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} - 1)}{(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1)} \\
 &= \frac{(\sqrt{7} - 1)^2}{\sqrt{7}^2 - 1^2} \\
 &= \frac{\sqrt{7}^2 - 2\sqrt{7} + 1}{7 - 1} \\
 &= \frac{7 - 2\sqrt{7} + 1}{6} \\
 &= \frac{8 - 2\sqrt{7}}{6} \\
 &= \frac{2(4 - \sqrt{7})}{2 \times 3} \\
 &= \frac{4 - \sqrt{7}}{3}.
 \end{aligned}$$

Exercice 7 [/ 2]

Soit $n \in \mathbb{N}$. Factoriser et réduire $6 \times 3^{n+1} - 6 \times 3^n$.

Solution:

$$\begin{aligned} 6 \times 3^{n+1} - 6 \times 3^n &= 6 \times 3^n \times 3^1 - 6 \times 3^n \times 1 \\ &= 6 \times 3^n (3 - 1) \\ &= 6 \times 3^n \times 2 \\ &= 12 \times 3^n. \end{aligned}$$

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Tiplouf.

