

Mathématiques spécifiques

Informations chiffrées

Sujet 1-B

05/11/2025

Note : / 14

Durée : 55 min

— La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 [/ 3]

Albus Dumbledore doit faire face à une terrible épidémie d'éclabouille à Poudlard. Afin de soulager les malades, il souhaite tester deux potions P_1 et P_2 . Pour s'assurer de leur efficacité, il compte diviser les 71 malades en trois groupes :

1. le premier groupe recevra la potion P_1 ;
2. le second groupe recevra la potion P_2 ;
3. le troisième groupe recevra un placebo sous forme de Whisky Pur Feu W , lequel a sensiblement le même goût que les deux potions.

Après deux jours, il fait les constats suivants :

- sur les 25 malades du premier groupe, 4 ont vu leurs symptômes s'améliorer ;
- sur les 26 malades du second groupe, 9 ont vu leurs symptômes s'améliorer ;
- 20% des malades du dernier groupe ont connu une amélioration de leurs symptômes.

1. [/ 1] Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

Effectifs	P_1	P_2	W	Total
Amélioration	4	9	4	17
Pas d'amélioration	21	17	16	54
Total	25	26	20	71

2. [/ 1] Calculer les fréquences d'amélioration f_1 et f_2 des symptômes parmi les groupes 1 et 2. On arrondira à 0,1%.

Solution: La fréquence d'amélioration des symptômes pour le groupe 1 est : $f_1 = \frac{4}{25} \simeq 0,16 = 16\%$. Pour le groupe 2, on a : $f_2 = \frac{9}{26} \simeq 0,346 = 34,6\%$.

3. [/ 1] Les potions sont-elles efficaces ? Justifier.

Solution: La fréquence d'amélioration des symptômes pour le groupe placebo est de 20%, la potion 2 a une meilleure fréquence, elle semble donc efficace.

Exercice 2 [/ 6]

Une ville souhaite faire baisser ses émissions de gaz à effet de serre (GES) de 25% sur trois ans. La première année, les émissions baissent de 7% et la seconde de 10% par rapport à la première année.

1. [/ 2] Calculer le pourcentage de baisse totale sur les deux ans. On arrondira à 0,1% près.

Solution: Les coefficients multiplicateurs associés à ces deux évolutions sont $c_1 = 1 + t_1 = 1 - 0,07 = 0,93$ et $c_2 = 1 + t_2 = 1 - 0,1 = 0,9$. Le coefficient multiplicateur global est

$$C = c_1 \times c_2 = 0,93 \times 0,9 = 0,837.$$

Le taux d'évolution global est donc $T = C - 1 = 0,837 - 1 = -0,163 = -16,3\%$. Les émissions ont donc baissé de 16,3% sur deux ans.

2. [/ 3] Déterminer le pourcentage d'évolution que l'on doit avoir sur la troisième année pour avoir une diminution globale sur les trois ans de 25%. On arrondira à 0,1% près.

Solution: Le coefficient multiplicateur associé à une diminution de 25% est 0,75. On cherche donc k_3 tel que

$$c_1 \times c_2 \times c_3 = 0,75,$$

i.e.

$$c_3 = \frac{0,75}{0,93 \times 0,9} \simeq 0,896.$$

On a donc $t_3 = c_3 - 1 = 0,896 - 1 = -0,104 = -10,4\%$. Il faut donc une diminution de 10,4% sur la troisième année pour avoir une diminution globale de 25%.

3. [/ 1] La ville est passée de 5 Mt (mégatonnes) de GES émis à 4 Mt en trois ans. A-t-elle atteint ses objectifs ?

Solution: On calcule le pourcentage de baisse associé à cette évolution :

$$t = \frac{v_1 - v_0}{v_0} = \frac{4 - 5}{5} = -0,2 = -20\%.$$

La ville n'a donc pas atteint son objectif de réduction de 25% des émissions de GES.

Exercice 3 [/ 5]

Vous dirigez un magasin de balais volants sur le prestigieux Chemin de Traverse et décidez de solder un modèle vendu initialement à 1 599 gallions à 1 299 gallions.

1. [/ 1] Quel le pourcentage de réduction que vous devrez afficher sur l'étiquette? On arrondira au pourcent près.

Solution: On a ici $v_1 = 1\,599$ et $v_2 = 1\,299$. Le taux d'évolution est

$$t = \frac{v_2 - v_1}{v_1} = \frac{1\,299 - 1\,599}{1\,599} \simeq -0,19 = -19\%.$$

Il faudra donc afficher une réduction de 19%.

2. [/ 4] Sachant que vous souhaitez augmenter vos recettes de 10% sur modèle soldé, de combien de pourcents allez-vous devoir augmenter vos ventes pour compenser la solde? *Indication* : on pourra noter r_I , p_I et q_I , resp. r_F , p_F et q_F , les recettes, prix et quantités vendues initiales, resp. finales.

Solution: On a $r_I = p_I \times q_I$ et $r_F = p_F \times q_F$. Par ailleurs, on a $c = 1 + t$, l'augmentation de 10% des recettes se traduit donc par $r_F = 1,1r_I$ et la diminution de 19% du prix par $p_F = 0,81p_I$. On note k le coefficient multiplicateur permettant de passer de q_I à q_F , on a donc $q_F = cq_I$. On a alors :

$$\begin{aligned} r_F &= p_F \times q_F \\ 1,1r_I &= 0,81p_I \times cq_I \\ 1,1r_I &= 0,81c(p_I \times q_I) \\ 1,1r_I &= 0,81cr_I \\ 1,1 &= 0,81c \\ c &= \frac{1,1}{0,81} \\ c &\simeq 1,36. \end{aligned}$$

Puisque $t = c - 1$, on en déduit qu'il faut augmenter les ventes de 36%.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Ronflex.

