

Mathématiques

Dérivabilité et convexité

Sujet 1

30/09/2025

Note : / 20

Durée : 1 h 15 min

- La calculatrice n'est pas autorisée.
- Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 [/ 5]

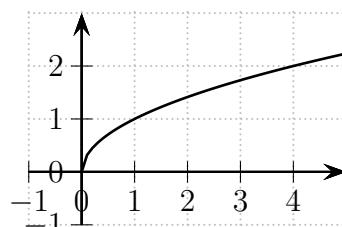
Déterminer l'ensemble de dérivabilité de f définie par $f(x) = \frac{x}{-x^2 + 3x - 2}$.

Exercice 2 [/ 6]

Soit f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x^2}$. On admet que f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} . Étudier la convexité / concavité de f et déterminer les éventuels points d'inflexion de \mathcal{C}_f .

Exercice 3 [/ 4]

On considère la fonction racine carrée $f(x) = \sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$ dont on a la courbe \mathcal{C}_f ci-dessous.



1. [/ 1] Déterminer graphiquement la convexité / concavité de f sur $[0; +\infty[$. Justifier.
2. [/ 1] Déterminer l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f en 4.
3. [/ 1] Justifier que pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a $\sqrt{x} \leq \frac{1}{4}x + 1$.
4. [/ 1] En déduire que $e^{\frac{1}{2}} \leq \frac{e}{4} + 1$.

Exercice 4 [/ 5]

Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $4^n - 1 - 3n$ est un multiple de 9.

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Salamèche.

