

Mathématiques

Calcul littéral

Sujet 1-B

07/10/2025

Note : / 20

Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 2]

Calculer et réduire $\frac{7}{15} \times \frac{5}{2} + \frac{28/15}{14/5}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{7}{15} \times \frac{5}{2} + \frac{5}{6} &= \frac{7 \times 5}{3 \times 5 \times 2} + \frac{28 \times 5}{14 \times 15} \\ &= \frac{7}{6} + \frac{2 \times 2 \times 7 \times 5}{2 \times 7 \times 3 \times 5} \\ &= \frac{7}{6} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{7}{6} + \frac{4}{6} \\ &= \frac{11}{6}.\end{aligned}$$

Exercice 2 [/ 1]

Écrire $\sqrt{72}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a, b \in \mathbb{R}_+$, b le plus petit possible.

Solution:

$$\begin{aligned}\sqrt{72} &= \sqrt{36 \times 2} \\ &= \sqrt{36} \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Exercice 3 [/ 6]

1. [/ 2] Calculer et réduire $\frac{(9r)^8}{3^{13} \times r^6}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{(9r)^8}{3^{13} \times r^6} &= \frac{9^8 \times r^8}{3^{13} \times r^6} \\ &= \frac{(3^2)^8 \times r^{8-6}}{3^{13}} \\ &= \frac{3^{2 \times 8} \times r^2}{3^{13}} \\ &= 3^{16-13} r^2 \\ &= 3^3 r^2 \\ &= 27r^2.\end{aligned}$$

2. [/ 2] Calculer $\frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{6^7}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{6^7} &= \frac{6 \times 6^5}{6^7} \\ &= \frac{6^{1+5}}{6^7} \\ &= \frac{6^6}{6^7} \\ &= 6^{6-7} \\ &= 6^{-1} \\ &= \frac{1}{6}.\end{aligned}$$

3. [/ 2] Soit $n \in \mathbb{N}$. Factoriser et réduire $6 \times 3^{n+1} - 6 \times 3^n$.

Solution:

$$\begin{aligned}6 \times 3^{n+1} - 6 \times 3^n &= 6 \times 3^n \times 3^1 - 6 \times 3^n \times 1 \\ &= 6 \times 3^n (3 - 1) \\ &= 6 \times 3^n \times 2 \\ &= 12 \times 3^n.\end{aligned}$$

Exercice 4 [/ 1½]

Développer et réduire :

1. [/ ½] $(x - 7)^2 = x^2 + 2 \times x \times 7 + 5^2 = x^2 - 14x + 49.$

2. [/ ½] $(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16.$

3. [/ ½] $(2 - 4x)(6x + 5) = 12x + 10 - 24x^2 - 20x = -24x^2 - 8x + 10.$

Exercice 5 [/ 1½]

Factoriser :

1. [/ ½] $y^2 + 8y + 16 = y^2 + 2 \times y \times 4 + 4^2 = (y + 4)^2.$

2. [/ ½] $9 - (5y - 7)^2 = 3^2 - (5y - 7)^2 = (3 - [5y - 7])(3 + [5y - 7]) = (10 - 5y)(-4 + 5y).$

3. [/ ½] $(2y + 1)(3 - 6y) - (3 - 6y)y = (3 - 6y)([2y + 1] - y) = (3 - 6y)(y + 1).$

Exercice 6 [/ 3]Écrire sans racine carrée au dénominateur et simplifier $\frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1}.$ **Solution:**

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{7} - 1}{\sqrt{7} + 1} &= \frac{(\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} - 1)}{(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1)} \\
&= \frac{(\sqrt{7} - 1)^2}{\sqrt{7}^2 - 1^2} \\
&= \frac{\sqrt{7}^2 - 2\sqrt{7} + 1}{7 - 1} \\
&= \frac{7 - 2\sqrt{7} + 1}{6} \\
&= \frac{8 - 2\sqrt{7}}{6} \\
&= \frac{2(4 - \sqrt{7})}{2 \times 3} \\
&= \frac{4 - \sqrt{7}}{3}.
\end{aligned}$$

Exercice 7 [/ 3]

Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire des dessins sur la droite réelle mais ils ne constituent pas une réponse à eux seuls.

1. [/ $\frac{1}{2}$] $[-4; -1] \cap]-3; 2] =]-3; -1]$ →

2. [/ $\frac{1}{2}$] $[-2; 1] \cup]1; 2[= [-2; 2[$ →

3. [/ $\frac{1}{2}$] $[1; +\infty[\cap]0; +\infty[= [1; +\infty[$ →

4. [/ $\frac{1}{2}$] $]-\infty; \frac{1}{3}] \cup [-\frac{1}{3}; +\infty[=]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$ →

5. [/ $\frac{1}{2}$] $]10; 12[\cap \mathbb{N} = \{11\}$ →

6. [/ $\frac{1}{2}$] $\mathbb{Z} \cup \mathbb{D} = \mathbb{D}$ →

Exercice 8 [/ 2]

Dans chacun des cas suivants, donner le complémentaire de A dans E .

1. [/ $\frac{1}{2}$] $E = \mathbb{R}$ et $A =]-\infty; 2]$: $E \setminus A =]2; +\infty[$

2. [/ $\frac{1}{2}$] $E = \mathbb{R}$ et $A = [-3; -1]$: $E \setminus A =]-\infty; -3[\cup]-1; +\infty[$

3. [/ $\frac{1}{2}$] $E = [1; +\infty[$ et $A =]3; +\infty[$: $E \setminus A = [1; 3]$

4. [/ $\frac{1}{2}$] $E =]-\infty; 0]$ et $A =]-3; -2[$: $E \setminus A =]-\infty; -3] \cup [-2; 0]$

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Chochodile.

