

Mathématiques

Calcul littéral

Sujet 1-A

07/10/2025

Note : / 20

Durée : 55 min

— La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 [/ 2]

Calculer et réduire $\frac{9}{16} \times \frac{20}{3} - \frac{7/20}{14/5}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{9}{16} \times \frac{20}{3} - \frac{7/20}{14/5} &= \frac{3 \times 3 \times 4 \times 5}{4 \times 4 \times 3} - \frac{7 \times 5}{20 \times 14} \\ &= \frac{15}{4} - \frac{7 \times 5}{4 \times 5 \times 2 \times 7} \\ &= \frac{15}{4} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{30}{8} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{29}{8}.\end{aligned}$$

Exercice 2 [/ 1]

Écrire $\sqrt{150}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a, b \in \mathbb{R}_+$, b le plus petit possible.

Solution:

$$\begin{aligned}\sqrt{150} &= \sqrt{25 \times 6} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{6} \\ &= 5\sqrt{6}.\end{aligned}$$

Exercice 3 [/ 6]

1. [/ 2] Calculer et réduire $\frac{(8m)^4}{2^9 \times m^3}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{(8m)^4}{2^9 \times m^3} &= \frac{8^4 \times m^4}{2^9 \times m^3} \\ &= \frac{(2^3)^4 \times m^{4-3}}{2^9} \\ &= \frac{2^{3 \times 4} \times m}{2^9} \\ &= 2^{12-9} m \\ &= 2^3 m \\ &= 8m.\end{aligned}$$

2. [/ 2] Calculer $\frac{4^9 + 4^9 + 4^9 + 4^9}{4^{11}}$.

Solution:

$$\begin{aligned}\frac{4^9 + 4^9 + 4^9 + 4^9}{4^{11}} &= \frac{4 \times 4^9}{4^{11}} \\ &= \frac{4^{1+9}}{4^{11}} \\ &= \frac{4^{10}}{4^{11}} \\ &= 4^{10-11} \\ &= 4^{-1} \\ &= \frac{1}{4}.\end{aligned}$$

3. [/ 2] Soit $n \in \mathbb{N}$. Factoriser et réduire $2 \times 7^{n+1} - 2 \times 7^n$.

Solution:

$$\begin{aligned}2 \times 7^{n+1} - 2 \times 7^n &= 2 \times 7^n \times 7^1 - 2 \times 7^n \times 1 \\ &= 2 \times 7^n (7 - 1) \\ &= 2 \times 7^n \times 6 \\ &= 12 \times 7^n.\end{aligned}$$

Exercice 4 [/ $1\frac{1}{2}$]

Développer et réduire :

1. [/ $\frac{1}{2}$] $(y + 5)^2 = y^2 + 2 \times y \times 5 + 5^2 = y^2 + 10y + 25.$

2. [/ $\frac{1}{2}$] $(2y - 5)^2 = (2y)^2 - 2 \times 2y \times 5 + 5^2 = 4y^2 - 20y + 25.$

3. [/ $\frac{1}{2}$] $(8 - 2y)(3y + 1) = 24y + 8 - 6y^2 - 2y = -6y^2 + 22y + 8.$

Exercice 5 [/ $1\frac{1}{2}$]

Factoriser :

1. [/ $\frac{1}{2}$] $x^2 - 18y + 81 = x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2 = (x - 9)^2.$

2. [/ $\frac{1}{2}$] $4 - (2x + 1)^2 = 2^2 - (2x + 1)^2 = (2 - [2x + 1])(2 + [2x + 1]) = (1 - 2x)(2x + 3).$

3. [/ $\frac{1}{2}$] $(3x - 1)(2 - 5x) - x(3x - 1) = (3x - 1)([2 - 5x] - x) = (3x - 1)(2 - 6x).$

Exercice 6 [/ 3]Écrire sans racine carrée au dénominateur et simplifier $\frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}.$ **Solution:**

$$\begin{aligned}
 \frac{1 - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}} &= \frac{(1 - \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})}{(1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})} \\
 &= \frac{(1 - \sqrt{5})^2}{1^2 - \sqrt{5}^2} \\
 &= \frac{1 - 2\sqrt{5} + \sqrt{5}^2}{1 - 5} \\
 &= \frac{1 - 2\sqrt{5} + 5}{-4} \\
 &= -\frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} \\
 &= -\frac{2(3 - \sqrt{5})}{4} \\
 &= -\frac{3 - \sqrt{5}}{2}.
 \end{aligned}$$

Exercice 7 [/ 3]

Déterminer les unions et intersections suivantes. On pourra faire des dessins sur la droite réelle mais ils ne constituent pas une réponse à eux seuls.

1. [/ $\frac{1}{2}$] $[-3; 0] \cap]-2; 2] =]-2; 0]$ →
2. [/ $\frac{1}{2}$] $[-3; 0] \cup]-2; 2] = [-3; 2]$ →
3. [/ $\frac{1}{2}$] $[-3; 0] \cap]0; +\infty[= \emptyset$ →
4. [/ $\frac{1}{2}$] $] -\infty; \frac{1}{3}] \cup \left[-3; \frac{1}{4}[= \right]-\infty; \frac{1}{3}[$ →
5. [/ $\frac{1}{2}$] $[-2; 0] \cap \mathbb{Z} = \{-2; -1; 0\}$ →
6. [/ $\frac{1}{2}$] $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$ →

Exercice 8 [/ 2]

Dans chacun des cas suivants, donner le complémentaire de A dans E .

1. [/ $\frac{1}{2}$] $E = \mathbb{R}$ et $A = [-1; +\infty[: E \setminus A =]-\infty; -1[$
2. [/ $\frac{1}{2}$] $E = \mathbb{R}$ et $A =]-2; 2[: E \setminus A =]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$
3. [/ $\frac{1}{2}$] $E =]-\infty; 2]$ et $A =]-\infty; 0[: E \setminus A = [0; 2]$
4. [/ $\frac{1}{2}$] $E = [0; +\infty[$ et $A =]1; 2[: E \setminus A = [0; 1] \cup [2; +\infty[$

Non noté : Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Chochodile.

