

Mathématiques

Logique et récurrence

Sujet 1

16/09/2025

Note : / 15

Durée : 40 min

- La calculatrice n'est pas autorisée.
- Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 [/ 4]

On note D et V les deux propositions suivantes :

- D : « le pokémon est de type dragon » ;
- V : « le pokémon est de type vol ».

1. [/ 1] Écrire en français la proposition $V \wedge (\neg D)$.

2. [/ 1] Écrire à l'aide de booléens la proposition « le pokémon n'est pas de type vol ou est de type dragon » :

3. [/ 1] On considère l'expression booléenne : $f(D;V) = (D \wedge (\neg V)) \vee ((\neg D) \wedge V)$. Compléter son tableau de vérité ci-dessous.

D	V					$f(D;V)$

4. [/ 1] Traduire cette expression en français. Quel est le nom de la fonction booléenne associée ?

Exercice 2 [/ 3]

Pour chacune des implications suivantes :

- 1. dire sont-elles vraies ou fausses ;
- 2. énoncer leurs réciproques et dire si elles sont fausses.

On justifiera à l'aide de contre-exemples.

Pokémons Plante	Bulbizarre, Herbizarre, Florizarre
Pokémons Eau	Carapuce, Lokhlass, Pyskokwak

1. [/ 1½] « Si le pokémon est un Bulbizarre, alors il est de type plante ».

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. [/ 1½] « Il suffit que le pokémon soit de type eau pour qu'il soit un Pyskokwak ».

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3 [/ 3]

Pour chacune des propositions suivantes, identifier le quantificateur utilisé puis donner leur négation.

1. [/ 1½] « Tous les pokémons eau sont bleus ».

.....

.....

.....

.....

2. [/ 1½] « Certains pokémons plantes sont verts ».

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 [/ 5]

On considère la suite définie par $v_0 = 3$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2 + \frac{1}{v_n}$. Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq v_n \leq 3$.

Non noté Si vous avez fini l'évaluation, vous pouvez colorier Carapuce.

