

Chapitre 1

Ensembles et intervalles

1.1 Ensembles

1.1.1 Ensembles, éléments, appartenance, inclusion et complémentarité

Un **ensemble** E est une collection d'**éléments** distincts. Ces éléments peuvent être des nombres, des symboles, des objets géométriques, etc, et sont notés entre accolades : $\{\dots\}$. On dit qu'un élément x **appartient** à un ensemble s'il est dans ce dernier et on note $x \in E$; s'il n'y appartient pas on note alors $x \notin E$. L'ensemble ne contenant aucun élément est l'**ensemble vide** et on le note \emptyset .

Exemples :

- $E = \{a ; b ; \dots ; z\}$ est l'ensemble des lettres de l'alphabet.
- a appartient à E : $a \in E$.
- 0 n'appartient pas à E : $0 \notin E$.

Définition 1.1. Soient A et E deux ensembles. On dit que A est **inclus** dans E , noté $A \subset E$, si et seulement si tous les éléments de A appartiennent à E : pour tout $x \in A$, $x \in E$.

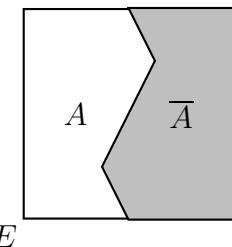
Remarque : on dit aussi de que A est un **sous-ensemble** de E .

Exemples : Soit $\clubsuit = \{1\clubsuit ; \dots ; R\clubsuit\}$ l'ensemble des trèfles d'un jeu de cartes.

- $A = \{V\clubsuit ; D\clubsuit ; R\clubsuit\}$ est inclus dans \clubsuit : $A \subset \clubsuit$.
- $D = \{D\spadesuit ; D\clubsuit ; D\diamondsuit ; D\heartsuit\}$ n'est pas inclus dans \clubsuit . En effet, $D\spadesuit \in D$ mais $D\spadesuit \notin \clubsuit$.

Définition 1.2. Soient A et E deux ensembles. Le **complémentaire** de A dans E , noté \overline{A} ou $E \setminus A$, est l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent pas à A .

$$E \setminus A = \overline{A} = \{x \in E \mid x \notin A\}.$$



Remarques :

- $E \setminus A$ se lit aussi « E privé de A ».
 - La notation $\{\dots | \dots\}$ est une définition dite en **compréhension** d'un ensemble. Le symbole « $|$ » se lit « tel que » ou « pour ». Il exprime une ou plusieurs conditions (données à droite) que doivent vérifier les éléments (à gauche) :
- $$\{ \text{éléments} | \text{conditions} \}.$$
- On a $\overline{E} = \emptyset$ et $\overline{\emptyset} = E$.

Exemple : On considère les ensembles $E = \{\triangle; \square; \diamond; \circ\}$ et $A = \{\circ\}$. Alors

$$E \setminus A = \overline{A} = \{\triangle; \square; \diamond\}.$$

Définition 1.3. Soit E un ensemble.

- On appelle **cardinal** de E le nombre d'éléments de E et on le note $\text{card}(E)$.
- E est dit **fini** s'il admet un nombre fini d'éléments : $\text{card}(E) < +\infty$.
- E est dit **infini** s'il admet un nombre infini d'éléments : $\text{card}(E) = +\infty$.

Exemples :

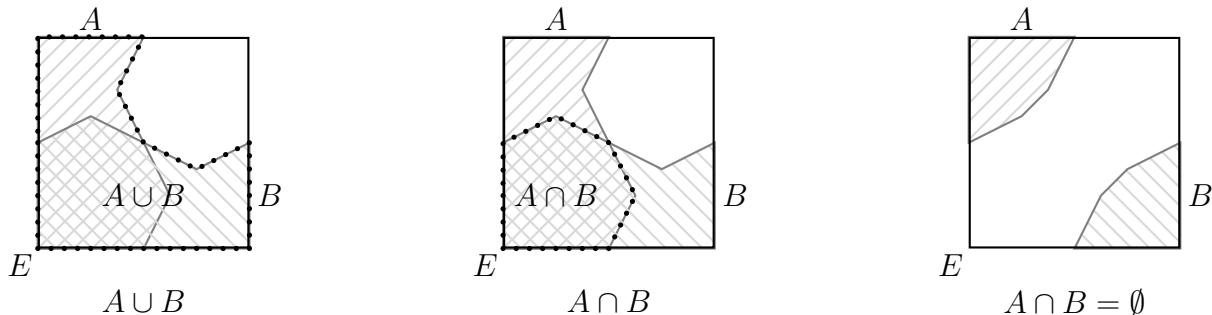
- En reprenant l'exemple précédent, on a $\text{card}(E) = 4$.
- $\text{card}(\emptyset) = 0$.

Exercices : 1.1 ; 1.19.

1.1.2 Union et intersection d'ensembles

Définition 1.4. Soient A et B deux sous-ensembles d'un ensemble E .

- L'**union** de A et B est l'ensemble constitué des éléments appartenant à A **ou** à B , on la note $A \cup B$.
- L'**intersection** de A et B est l'ensemble constitué des éléments appartenant à A **et** à B , on la note $A \cap B$.
- A et B sont dits **incompatibles** ou **disjoints** si on a $A \cap B = \emptyset$.



Exemple : Prenons un jeu de cartes. On note \diamondsuit l'ensemble des carreaux et D l'ensemble des dames du jeu :

$$\diamondsuit = \{1\diamondsuit; \dots; D\diamondsuit; R\diamondsuit\} \quad \text{et} \quad D = \{D\diamondsuit; D\clubsuit; D\heartsuit; D\spadesuit\}.$$

— L'union $\diamondsuit \cup D$ est l'ensemble des cartes qui sont des carreaux **ou** des dames et s'écrit :

$$\diamondsuit \cup D = \{1\diamondsuit; \dots; D\diamondsuit; R\diamondsuit; D\clubsuit; D\heartsuit; D\spadesuit\}.$$

— L'intersection $\diamondsuit \cap D$ est l'ensemble des cartes qui sont des carreaux **et** des dames et s'écrit :

$$\diamondsuit \cap D = \{D\diamondsuit\}.$$

Exercices : 1.2 ; 1.20.

1.2 Ensembles de nombres

Définition 1.5. L'ensemble des **entiers naturels** $0, 1, 2, 3, \dots$ est noté \mathbb{N} :

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}.$$

Définition 1.6. L'ensemble des **entiers relatifs** $\dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots$ est noté \mathbb{Z} :

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}.$$

Définition 1.7. L'ensemble des **nombres décimaux** noté \mathbb{D} est défini par

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n} \mid a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Définition 1.8. L'ensemble des **nombres rationnels** noté \mathbb{Q} est défini par

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

Remarque : La notation \mathbb{N}^* signifie \mathbb{N} privé de 0 : $\mathbb{N} \setminus \{0\}$. On a donc

$$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}.$$

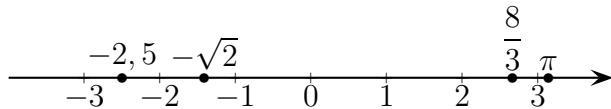
Il en va de même avec $\mathbb{Z}^*, \mathbb{Q}^*$...

Définition 1.9. L'ensemble des nombres x tels que $x^2 \geqslant 0$ est dit ensemble des **nombres réels** et noté \mathbb{R} .

Proposition 1.1. Tout réel est représenté par l'abscisse d'un point sur la droite numérique.

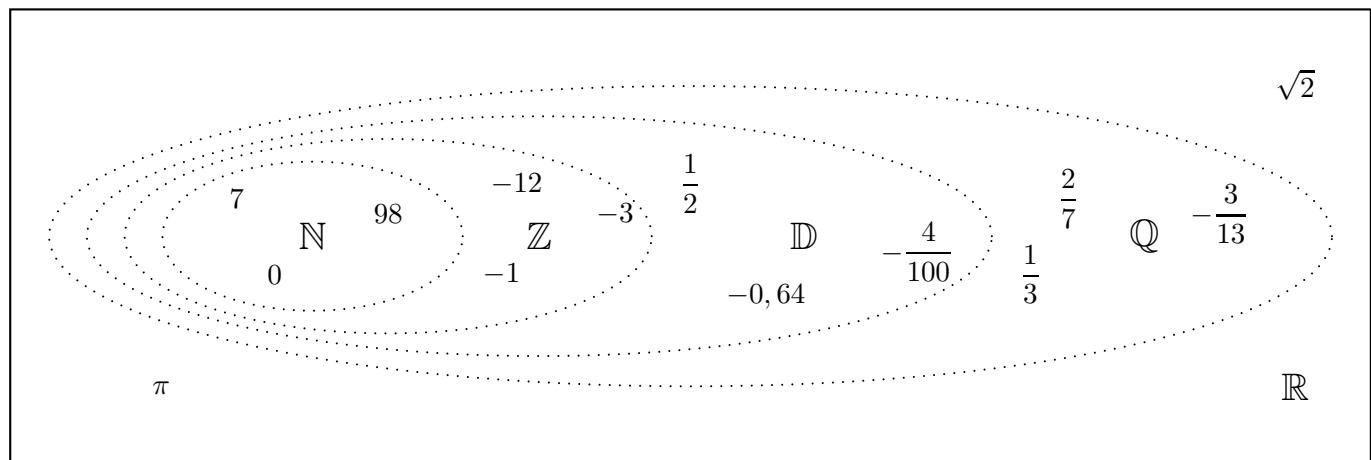


Exemples : $-\sqrt{2}$, $-2,5$, $\frac{8}{3}$ et π sont ainsi placés sur la droite numérique :



Proposition 1.2. Les ensembles ci-dessus sont inclus les uns dans les autres de la façon suivante :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$



Remarque : On peut voir que \mathbb{R} et \mathbb{Q} sont différents en montrant par exemple que $\sqrt{2}$ et π ne sont pas dans \mathbb{Q} .

Exercices : 1.3 à 1.7; 1.21 et 1.22.

1.3 Intervalles de \mathbb{R}

1.3.1 Intervalles de \mathbb{R}

Définition 1.10. Soient a et b deux nombres réels. L'intervalle $[a ; b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$. On définit de la même manière les intervalles $[a ; b[$, $]a ; b]$ et $]a ; b[$.

Intervalle	Ensemble des réels x tels que...
$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$
$]a ; b[$	$a < x < b$
$]a ; b]$	$a < x \leq b$
$[a ; b[$	$a \leq x < b$

Les réels a et b sont appelés **bornes de l'intervalle**.

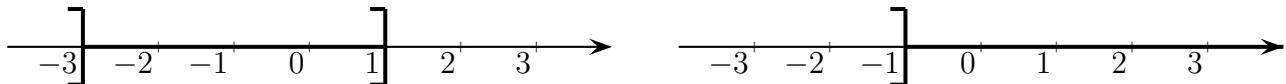
Exemple : $-0,3$ appartient à l'intervalle $]-1 ; 2]$, mais -1 n'appartient pas à cet intervalle.

Définition 1.11. Soit a un nombre réel. **L'intervalle** $[a ; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq a$. On définit de la même façon les intervalles $]-\infty ; a]$, $]a ; +\infty[$ et $]-\infty ; a[$.

Intervalle	Ensemble des réels x tels que...
$[a ; +\infty[$	$x \geq a$
$]a ; +\infty[$	$x > a$
$]-\infty ; a]$	$x \leq a$
$]-\infty ; a[$	$x < a$

Remarque : L'ensemble \mathbb{R} des nombres réels est l'intervalle $]-\infty ; +\infty[$.

Exemple de représentation graphique : ci-dessous sont représentés les intervalles $]-3 ; 1]$ et $]-1 ; +\infty[$.



Définition 1.12. On appelle **longueur** (ou **amplitude**) d'un intervalle la distance $b - a$.

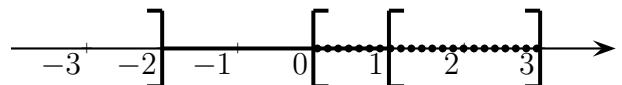
Exercices : 1.8 à 1.10 ; 1.23 à 1.25.

1.3.2 Union et intersection d'intervalles

Exemples :

1. $I = [0 ; 3]$ et $J =]-2 ; 1[$. On a :

- $I \cap J = [0 ; 1[$;
- $I \cup J =]-2 ; 3[$.



2. $I =]-3 ; 1]$ et $J =]-1 ; +\infty[$. On a :

- $I \cap J =]-1 ; 1]$;
- $I \cup J =]-3 ; +\infty[$.



Exercices : 1.11 à 1.13 ; 1.26 et 1.27.



1.4 Valeur absolue et intervalles

1.4.1 Distance entre deux réels et valeur absolue

Définition 1.13. La *distance de deux réels* a et b est la distance des points A et B d'abscisses respectives a et b sur la droite numérique.

Proposition 1.3. La distance de a à b est égale à :

1. $b - a$ si $b > a$;
2. $a - b$ si $a > b$.

On note cette distance $|a - b|$.

Définition 1.14. La *valeur absolue* d'un réel x est la distance de ce réel à 0 sur la droite numérique. Elle est notée $|x|$.

Remarque : La valeur absolue est une distance : elle est toujours positive ou nulle. Ainsi, on distingue deux cas :

1. Si $x \geq 0$, $|x| = x$.
2. Si $x < 0$, $|x| = -x$.

Exemples : $|4| = 4$ et $|-3| = 3$.

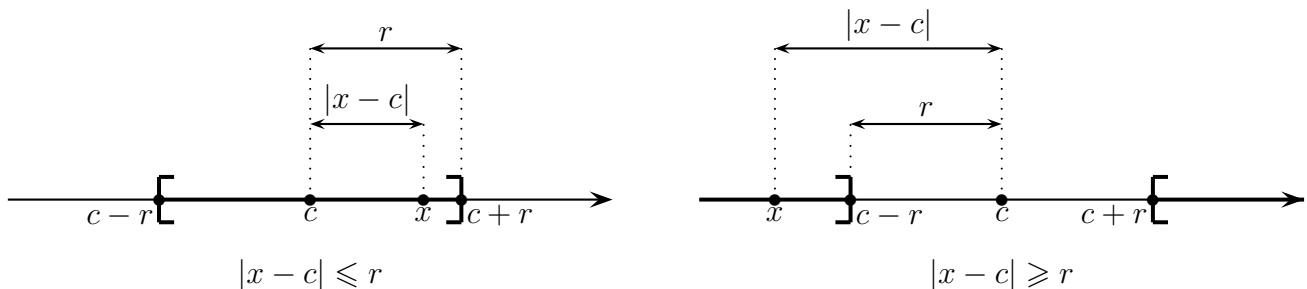
Proposition 1.4. Pour tout réel x , on a $|x| = \sqrt{x^2}$.

Exercices : 1.14 ; 1.28.

1.4.2 Valeur absolue et intervalles

Proposition 1.5.

- L'intervalle $[c - r ; c + r]$ est l'ensemble des réels x tels que $|x - c| \leq r$. C'est l'ensemble des réels x qui sont à une distance inférieure ou égale à r du réel c .
- L'intervalle $]-\infty ; c - r] \cup [c + r ; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $|x - c| \geq r$. C'est l'ensemble des réels x qui sont à une distance supérieure ou égale à r du réel c .
- c est le centre de l'intervalle et r son rayon.



Méthode : Exprimer un intervalle de la forme $[a ; b]$ ou $] -\infty ; a] \cup [b ; +\infty[$ à l'aide de valeurs absolues et d'inégalités.

1. Calculer le centre de l'intervalle : $c = \frac{a+b}{2}$.
2. Calculer le rayon de l'intervalle : $r = \frac{b-a}{2}$.
3. Exprimer les inégalités :
 - (a) $x \in [a ; b]$ si et seulement si $|x - c| \leq r$.
 - (b) $x \in] -\infty ; a] \cup [b ; +\infty[$ si et seulement si $|x - c| \geq r$.

Remarques :

- Avec des crochets fermés : $[a ; b]$ ou $] -\infty ; a] \cup [b ; +\infty[$, on a des inégalités larges : \leq ou \geq .
- Avec des crochets ouverts : $]a ; b[$ ou $] -\infty ; a[\cup]b ; +\infty[$, on a des inégalités strictes : $<$ ou $>$.

Exemples :

1. On souhaite caractériser l'intervalle $I = [-3 ; 1]$ à l'aide de valeurs absolues.
 - Le centre de l'intervalle I est le réel $c = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$.
 - Le rayon de l'intervalle I est le réel $r = 1 - c = 1 - (-1) = 2$.
 - On peut donc écrire $I = [-1 - 2 ; -1 + 2]$.
 - On a $x \in [-3 ; 1]$ si et seulement si $|x - (-1)| \leq 2$, ou encore $|x + 1| \leq 2$.
 - I est donc l'ensemble des réels situés à une distance inférieure ou égale à 2 du réel -1 .
2. On souhaite caractériser l'intervalle $J =] -\infty ; -1] \cup [5 ; +\infty[$ à l'aide de valeurs absolues.
 - Le centre de l'intervalle J est le réel $c = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$.
 - Le rayon de l'intervalle J est le réel $r = 5 - c = 5 - 2 = 3$.
 - On peut donc écrire $J =] -\infty ; 2 - 3] \cup [2 + 3 ; +\infty[$.
 - On a $x \in] -\infty ; -1] \cup [5 ; +\infty[$ si et seulement si $|x - 3| \geq 3$.
 - J est donc l'ensemble des réels situés à une distance supérieure ou égale à 3 du réel 2 .
3. Résolvons l'inéquation $|x - 4| \leq 3$.

On cherche l'ensemble des réels x qui sont à une distance inférieure ou égale à 3 de 4. D'après la propriété précédente, cet ensemble est l'intervalle $[4 - 3 ; 4 + 3] = [1 ; 7]$.
4. Résolvons l'inéquation $|x + 5| \geq 1$.

On a $|x + 5| = |x - (-5)|$. On cherche donc l'ensemble des réels x qui sont à une distance supérieure ou égale à 1 de -5 . D'après la propriété précédente, cet ensemble est l'intervalle $] -\infty ; (-5) - 1] \cup [(-5) + 1 ; +\infty[=] -\infty ; -6] \cup [-4 ; +\infty[$.

Remarque : en cas d'inégalité, les intervalles correspondant auront des crochets ouverts.

Exercices : 1.15 à 1.18 ; 1.29 et 1.30.



1.5 Capacités attendues

- Statuer de l'appartenance d'un élément à un ensemble, de l'inclusion de deux ensembles. Donner le complémentaires d'un ensemble.
- Lire l'abscisse d'un nombre réel sur une droite graduée et placer un nombre réel d'abscisse donnée.
- Représenter un intervalle de la droite numérique. Déterminer si un nombre réel appartient à un intervalle donné.
- Donner un encadrement, d'amplitude donnée, d'un nombre réel par des décimaux.
- Déterminer l'union et l'intersection de deux intervalles.

1.6 Exercices

1.6.1 Progresser

Ensembles, éléments, appartenance, inclusion et complémentarité

Exercice 1.1. Soit $E = \{a ; b ; c ; d\}$.

1. Donner un exemple d'élément appartenant à E puis un exemple d'élément n'y appartenant pas.
2. Donner deux exemples de sous-ensembles de E puis un exemple d'ensemble qui n'est pas un sous-ensemble de E .
3. Donner les complémentaires de $\{a\}$ et $\{b ; c\}$.

Union et intersection d'ensembles

Exercice 1.2. On considère un jeu de cartes et on note \spadesuit l'ensemble des piques et R l'ensemble des rois du jeu.

1. Écrire \spadesuit et R à l'aide d'accolades.
2. Que valent : $\spadesuit \cap R$, $\spadesuit \cup R$, $\overline{\spadesuit \cap R}$, $\overline{\spadesuit \cup R}$?

Ensembles de nombres

Exercice 1.3. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in et \notin .

	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{5}$	$\frac{10 - 4}{3}$	$-\sqrt{16}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$	$\sqrt{16} - \sqrt{25}$	$\frac{91}{7}$
\mathbb{N}							
\mathbb{Z}							
\mathbb{D}							
\mathbb{Q}							
\mathbb{R}							

Exercice 1.4. Donner dans chaque cas un exemple de valeur de x vérifiant les conditions suivantes.

1. $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{N}$;
2. $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Z}$;
3. $x \in \mathbb{R}$ et $x \notin \mathbb{Q}$;
4. $x \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{R}$.

Exercice 1.5. Donner les complémentaires de A dans E dans chacun des cas suivants.

1. $E = \mathbb{N}$ et $A = \{0; 1\}$.
2. $E = \mathbb{Z}$ et $A = \mathbb{N}$.
3. $E = \mathbb{N}$ et $A = \{5; 6; \dots\}$.

Exercice 1.6. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Donner un contre-exemple si fausse.

1. La différence entre deux entiers naturels est un entier naturel.
2. Le quotient de deux nombres décimaux est décimal.
3. Le quotient de deux nombres réels est rationnel.
4. Le produit d'un rationnel par un entier relatif est rationnel.

Exercice 1.7.

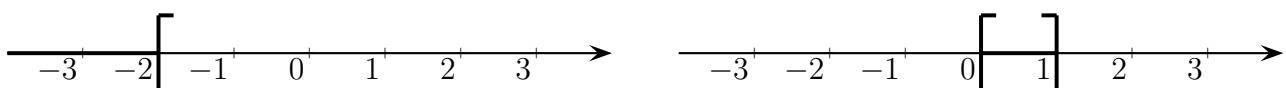
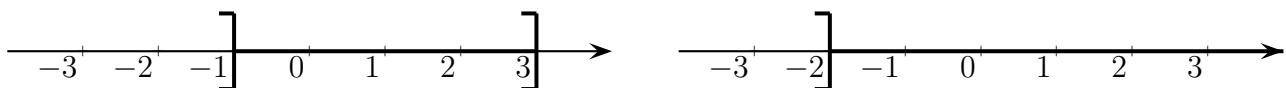
1. Trouver deux nombres irrationnels différents dont le produit est irrationnel.
2. Trouver deux nombres irrationnels différents dont le produit est un entier naturel.

Intervalles de \mathbb{R}

Exercice 1.8. Écrire les intervalles suivants sous forme d'inégalités et les représenter graphiquement.

- | | | | |
|---------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. $[-1; 4]$; | 3. $] -23 ; -20 [$; | 5. $] -\infty ; 2 [$; | 7. $] -\infty ; 4]$; |
| 2. $[100 ; 103 [$; | 4. $] 0 ; 10]$; | 6. $[12 ; +\infty [$; | 8. $] -1 ; +\infty [$. |

Exercice 1.9. Donner les intervalles correspondant aux représentations ci-dessous.



Exercice 1.10. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in et \notin .

	$] -\infty ; 0 [$	$[9 ; 15 [$	$[-5 ; 5]$	$] 0 ; 17]$	$[-2 ; +\infty [$
0					
5					
$\frac{17}{4}$					
$\sqrt{2}$					
$1 - \pi$					



Union et intersection d'intervalles

Exercice 1.11. Représenter graphiquement les unions et intersections suivantes et dire à quel ensemble elles sont égales.

1. $[-1; 15] \cap [12; +\infty[;$
2. $[10; 103[\cap]0; 50[;$
3. $] -23; -10[\cap] -30; -5[;$
4. $]0; 10] \cup [2; 18];$
5. $] -\infty; 4] \cup]0; \pi[;$
6. $] -1; +\infty[\cup] -\infty; 7[.$

Exercice 1.12. Donner les complémentaires de A dans E dans chacun des cas suivants.

1. $E = \mathbb{R}$ et $A = [-3; +\infty[.$
2. $E = \mathbb{R}$ et $A =] -\infty; 2].$
3. $E = \mathbb{R}$ et $A = [-3; 3].$
4. $E = [0; +\infty[$ et $A = [0; 5].$

Exercice 1.13. Représenter graphiquement les unions et intersections suivantes et dire à quel ensemble elles sont égales.

1. $[-1; 2] \cap]2; +\infty[;$
2. $[10; 13[\cap]14; 50[;$
3. $] -\infty; 10[\cap] -30; 10];$
4. $] -12; 0] \cap] -12; 0[;$
5. $] -3; 4[\cap \mathbb{N};$
6. $] -3; 4[\cap \mathbb{Z};$
7. $]0; +\infty[\cap \mathbb{N};$
8. $\mathbb{R} \cap \mathbb{Z};$
9. $] -\infty; 0] \cup]0; \pi[;$
10. $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[;$
11. $] -5; 5[\cup] -10; 10];$
12. $]0; \sqrt{2}[\cup [\sqrt{2}; \pi];$
13. $] -\infty; -1[\cup] -1; 1] \cup]1; +\infty[;$
14. $\mathbb{R} \cup \mathbb{Q};$
15. $]0; +\infty[\cup \mathbb{N}.$

Valeur absolue

Exercice 1.14. À quoi sont égales les valeurs absolues suivantes :

1. $|19|;$
2. $| -13 |;$
3. $| -1,5 |;$
4. $\left| \frac{9}{7} \right|;$
5. $|\pi - 3|;$
6. $|1 - \sqrt{2}|;$
7. $|3 + \sqrt{2}|;$
8. $| -1 - \pi |.$

Valeur absolue et intervalles

Exercice 1.15. Écrire à l'aide de valeurs absolues les ensembles suivants :

1. $[-2; 6];$
2. $[8; 12];$
3. $]3; 7[;$
4. $] -2; 2[.$

Exercice 1.16. Écrire sous forme d'intervalle les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes :

1. $|x - 3| \leqslant 4;$
2. $|x + 2| \leqslant 1;$
3. $|x - 2| < 7;$
4. $|x + 10| < 1.$

Exercice 1.17. Écrire à l'aide de valeurs absolues les ensembles suivants :

$$1.]-\infty ; 3[\cup]5 ; +\infty [; \quad 2.]-\infty ; -2] \cup [2 ; +\infty [; \quad 3.]-\infty ; -4] \cup [2 ; +\infty [.$$

Exercice 1.18. Écrire sous forme d'intervalle les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes :

$$1. |x - 2| \geq 4; \quad 2. |x| > 1; \quad 3. |x + 1| > 7.$$

1.6.2 S'entraîner

Ensembles, éléments, appartenance, inclusion et complémentarité

Exercice 1.19. Soit $E = \{\leftarrow ; \uparrow ; \downarrow ; \rightarrow\}$.

1. Donner un exemple d'élément appartenant à E un exemple d'élément n'y appartenant pas.
2. Donner deux exemples de sous-ensembles de E et un exemple d'ensemble qui n'est pas un sous-ensemble de E .
3. Donner les complémentaires de $\{\uparrow\}$ et $\{\uparrow ; \downarrow\}$.

Union et intersection d'ensembles

Exercice 1.20. On considère un jeu de cartes et on note \heartsuit l'ensemble des coeurs et V l'ensemble des valets du jeu.

1. Écrire \heartsuit et V à l'aide d'accolades.
2. Que valent : $\heartsuit \cap V$, $\heartsuit \cup V$, $\overline{\heartsuit \cap V}$, $\overline{\heartsuit \cup V}$?

Ensembles de nombres

Exercice 1.21. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in et \notin .

	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{4}$	$\frac{6-4}{4}$	$-\sqrt{36}$	$\frac{1}{10} + \frac{1}{5}$	$\sqrt{49} - \sqrt{25}$	$\frac{101}{8}$
\mathbb{N}							
\mathbb{Z}							
\mathbb{D}							
\mathbb{Q}							
\mathbb{R}							

Exercice 1.22. Donner les complémentaires de A dans E dans chacun des cas suivants.

1. $E = \mathbb{Q}$ et $A = \emptyset$.
2. $E = \mathbb{N}$ et $A = \{2 ; 4\}$.
3. $E = \mathbb{N}$ et $A = \{1 ; 3 ; 5 ; \dots\}$.

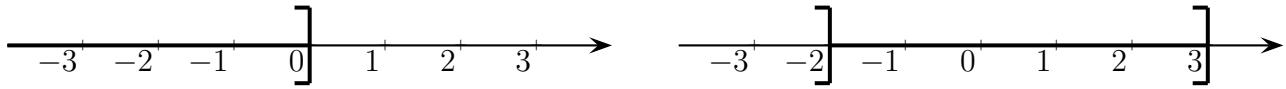
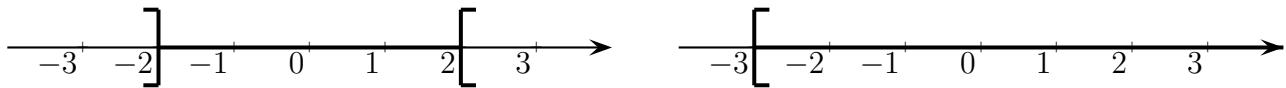


Intervalles de \mathbb{R}

Exercice 1.23. Écrire les intervalles suivants sous forme d'inégalités et les représenter graphiquement.

1. $[15; 21];$
3. $] -3 ; 0 [;$
5. $] -\infty ; -3 [;$
7. $] -\infty ; 100 [;$
2. $[-4 ; 8 [;$
4. $] 0 ; 9 [;$
6. $[0 ; +\infty [;$
8. $] -5 ; +\infty [.$

Exercice 1.24. Donner les intervalles correspondant aux représentations ci-dessous.



Exercice 1.25. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des symboles \in et \notin .

	$[0 ; +\infty [$	$]1 ; 5 [$	$[-1 ; 1]$	$] -10 ; 0]$	$] -\infty ; \pi]$
1					
-2					
$-\frac{1}{3}$					
π					
$1 - \sqrt{5}$					

Union et intersection d'intervalles

Exercice 1.26. Donner les complémentaires de A dans E dans chacun des cas suivants.

1. $E = \mathbb{R}$ et $A =]0 ; +\infty [.$
3. $E =] -\infty ; 10]$ et $A =] -\infty ; 0].$
2. $E = \mathbb{R}$ et $A =] -1 ; 2 [.$
4. $E = [2 ; +\infty [$ et $A = [3 ; 4].$

Exercice 1.27. Représenter graphiquement les unions et intersections suivantes et dire à quel ensemble elles sont égales.

1. $[-1 ; 2] \cap [0 ; +\infty [;$
5. $[-2 ; 2] \cap \mathbb{Z};$
9. $] -1 ; 1 [\cup [-2 ; 2] ;$
2. $[10 ; 13[\cap]11 ; 15[;$
6. $] -\infty ; 0 [\cap \mathbb{N};$
10. $] 0 ; \sqrt{5} [\cup [\sqrt{5} ; 2\sqrt{5}] ;$
3. $] -\infty ; 1 [\cap [-3 ; 1] ;$
7. $] -\pi ; \pi] \cup]\pi ; 2\pi [;$
11. $\mathbb{Z} \cup \mathbb{D};$
4. $] -12 ; 0 [\cap [0 ; 12 [;$
8. $] -\infty ; -1 [\cup] -1 ; +\infty [;$
12. $] -\infty ; -\pi] \cup] -\pi ; \pi [\cup [\pi ; +\infty [.$

Valeur absolue

Exercice 1.28. À quoi sont égales les valeurs absolues suivantes :

1. $| -0,5 | ;$

3. $| 4,75 | ;$

5. $| \pi - 4 | ;$

7. $| 1 + \pi | ;$

2. $| 23 | ;$

4. $\left| -\frac{2}{11} \right| ;$

6. $| 2 - \sqrt{5} | ;$

8. $| -1 - \sqrt{5} | .$

Valeur absolue et intervalles

Exercice 1.29. Écrire à l'aide de valeurs absolues les ensembles suivants :

1. $[-4 ; 4] ;$

2. $] -6 ; -3 [;$

3. $] -\infty ; -5] \cup [-3 ; +\infty [.$

Exercice 1.30. Écrire sous forme d'intervalle les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes :

1. $| x + 3 | \leqslant 4 ;$

2. $| x - 2 | < 5 ;$

3. $| x + 8 | > 7 ;$

4. $\left| x + \frac{1}{3} \right| \geqslant 2 .$

