

Chapitre 8

Variations instantanée et globale

8.1 Tangente à une courbe et nombre dérivé

8.1.1 Tangente à une courbe

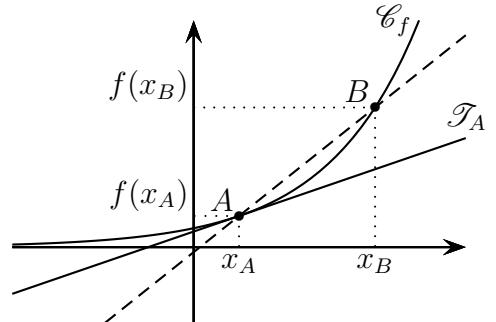
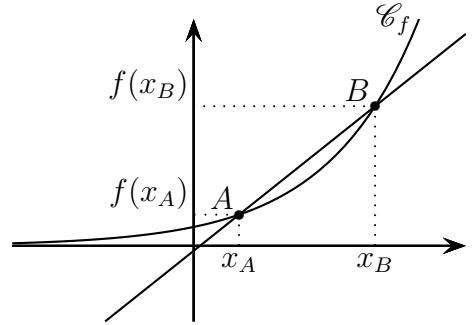
Définition 8.1. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et \mathcal{C}_f sa courbe représentative. Soit $x_A \in I$, pour tout réel $x_B \in I \setminus \{x_A\}$, la droite (AB) est appelée **droite sécante** à \mathcal{C}_f en A et B .

Remarque : La sécante à \mathcal{C}_f en A et B est la droite représentative d'une fonction affine dont le coefficient directeur est

$$\frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}.$$

C'est aussi le **taux d'accroissement** de f entre x_A et x_B .

Définition 8.2. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} et \mathcal{C}_f sa courbe représentative. Lorsque que le point B tend vers le point A , la sécante (AB) à \mathcal{C}_f tend vers une droite limite appelée **tangente** \mathcal{T}_A à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse x_A .



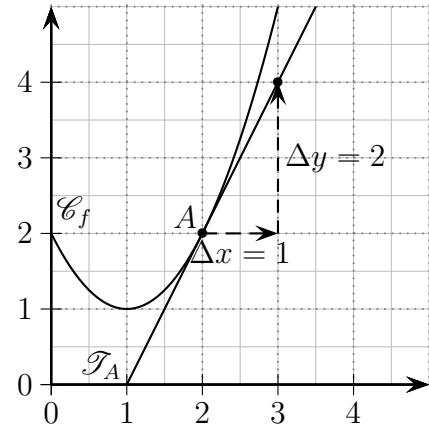
Remarque : Au voisinage du point, la courbe et la tangente ont les mêmes variations : on parle de variation instantanée. Globalement, la courbe et sa tangente peuvent avoir des variations différentes.

8.1.2 Nombre dérivé

Définition 8.3. Soient f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} , \mathcal{C}_f sa courbe représentative et $x_A \in I$. Lorsque la courbe \mathcal{C}_f admet une tangente \mathcal{T}_A au point d'abscisse x_A et que celle-ci n'est pas pas verticale, on dit que f est **dérivable** en x_A . Le coefficient directeur de \mathcal{T}_A est appelé **nombre dérivé** de f en x_A , on le note $f'(x_A)$.

Exemple : On donne la courbe \mathcal{C}_f ci-contre d'une fonction f et sa tangente \mathcal{T}_A au point A d'abscisse 2. Le nombre dérivé de f en 2 est le coefficient directeur de \mathcal{T}_A :

$$f'(2) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2.$$



Exercices : 8.1 ; 8.16.

8.1.3 Équation d'une tangente

Proposition 8.1. [Admise] Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $x_A \in I$. On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f . Alors \mathcal{C}_f admet au point d'abscisse x_A une tangente d'équation :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A).$$

Exemple : Reprenons l'exemple précédent. On sait déjà que $f'(2) = 2$. L'équation de la tangente au point A est donc

$$\begin{aligned} y &= f'(2)(x - 2) + f(2) \\ \iff y &= 2(x - 2) + 2 \\ \iff y &= 2x - 4 + 2 \\ \iff y &= 2x - 2. \end{aligned}$$

Remarque : Lorsque $f'(x_A) = 0$, la tangente à \mathcal{C}_f au point A est parallèle à l'axe des abscisses, on dit alors qu'elle est horizontale.

Exercices : 8.2 ; 8.17.

8.2 Fonction dérivée et variations

8.2.1 Fonction dérivée et opérations

Définition 8.4. Soit f une fonction définie sur un intervalle I telle que pour tout $x \in I$, le nombre dérivé $f'(x)$ existe ; on dit alors que f est **dérivable** sur I . On appelle **fonction dérivée** de f la fonction qui à tout réel $x \in I$ associe $f'(x)$. On la note f' .

Proposition 8.2. [Admise] Soit $c \in \mathbb{R}$. Les fonctions suivantes sont dérivables sur \mathbb{R} .

| | | | | |
|------------------|-----|-----|-------|--------|
| $f : x \mapsto$ | c | x | x^2 | x^3 |
| $f' : x \mapsto$ | 0 | 1 | $2x$ | $3x^2$ |

Proposition 8.3. [Admise] Soient k un réel, u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I .

$$1. (u + v)' = u' + v'. \quad 2. (k \times u)' = k \times u'.$$

Exemples :

- Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + x$. f est dérivable sur \mathbb{R} et $f''(x) = 2x + x$.
- Soit g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x^3$. g est dérivable sur \mathbb{R} et $g'(x) = 4 \times 3x^2 = 12x^2$.
- Soit h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 7$. h est dérivable sur \mathbb{R} et

$$h'(x) = 3 \times 3x^2 - 5 \times 2x + 8 \times 1 - 0 = 9x^2 - 10x + 8.$$

Exercices : 8.3 à 8.7; 8.18 à 8.21.

8.2.2 Variations

Théorème 8.1. [Admis] Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I .

- f est constante sur I si et seulement si f' est nulle sur I .
- f est croissante sur I si et seulement si f' est positive sur I .
- f est décroissante sur I si et seulement si f' est négative sur I .

Méthode : Pour déterminer les variations et éventuels extrema (maximum et minimum) d'une fonction, on peut :

- Dériver la fonction.
- Étudier le signe de la fonction dérivée.
- En déduire les variations de la fonction (à l'aide d'un tableau de signes / variations).
- En déduire les éventuels extrema de la fonction.



8.3. CAPACITÉS ATTENDUES

Exemple : Retrouvons les variations de la fonction carré, $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$, grâce à la dérivée.
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = 2x$. On en déduit que

| | | | |
|---------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | — | 0 | + |
| $f(x)$ | $+\infty$ | 0 | $+\infty$ |

Exemple : Déterminons les variations et extremums de la fonction $f(x) = 4x^3 - 2x^2$ sur $[-1 ; 1]$. Dérivons f , pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a

$$f'(x) = 4 \times 3x^2 - 2 \times 2x = 4x(3x - 1).$$

On en déduit que

| | | | | |
|----------|------|---|-----------------|---|
| x | -1 | 0 | $\frac{1}{3}$ | 1 |
| $4x$ | — | 0 | + | + |
| $3x - 1$ | — | — | 0 | + |
| $f'(x)$ | + | 0 | — | 0 |
| $f(x)$ | -6 | 0 | $-\frac{2}{27}$ | 2 |

f a donc pour maximum 2 et minimum -6 sur $[-1 ; 1]$.

Exercices : 8.8 à 8.12 ; 8.22 à 8.25.

8.3 Capacités attendues

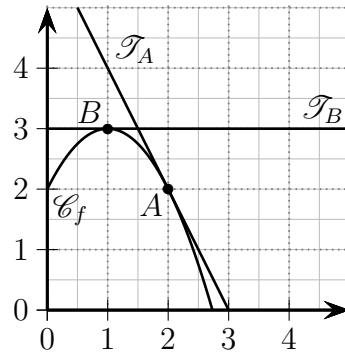
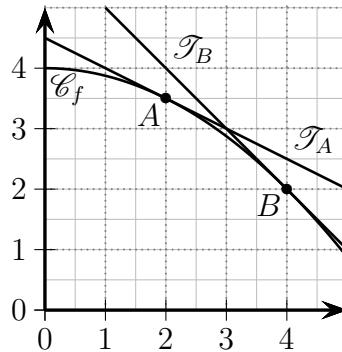
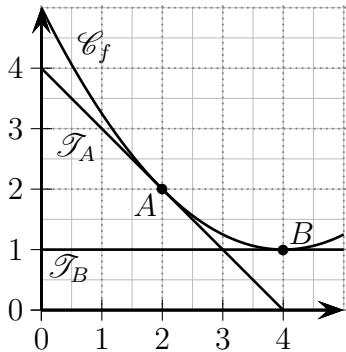
- Interpréter le nombre dérivé dans le cadre d'un modèle d'évolution.
- Interpréter géométriquement le nombre dérivé comme coefficient directeur de la tangente.
- Décrire les variations d'un phénomène en mobilisant la dérivée d'une fonction.
- Déterminer le sens de variation d'une fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à trois (la forme factorisée de la dérivée pourra être donnée).
- Prévoir l'évolution d'un phénomène grâce à l'étude de la dérivée d'une fonction.

8.4 Exercices

8.4.1 Progresser

Nombre dérivé

Exercice 8.1. On donne dans chacun des cas ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f ainsi que ses tangentes aux points A et B . Donner dans chaque cas $f'(x_A)$ et $f'(x_B)$.



Équation d'une tangente

Exercice 8.2. Déterminer dans chaque cas l'équation des tangentes \mathcal{T}_A et \mathcal{T}_B de l'exercice 8.1.

Fonction dérivée et opérations

Exercice 8.3. Calculer la fonction de chacune des dérivées suivantes.

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| 1. $f(x) = 7.$ | 3. $f(x) = 5x^2 + 2x + 9.$ |
| 2. $f(x) = -3x + 2.$ | 4. $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1.$ |

Exercice 8.4. Pour chacune des fonctions f ci-dessous définies sur \mathbb{R} , déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a .

1. $f(x) = 3x - 5, a = 2.$
2. $f(x) = x^2 - 3x + 2, a = 3.$

Exercice 8.5.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 - 8x + 2$. Montrer que $f'(x) = (3x - 4)(x + 2)$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 8x^3 - 21x^2 - 27x + 54$. Montrer que $f'(x) = 3(4x - 9)(2x + 1)$.

Exercice 8.6. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Montrer que les tangentes à la courbe de f aux points d'abscisses -2 et 2 sont parallèles.



8.4. EXERCICES

Exercice 8.7. Pour chaque question, donner la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$.
 - (a) $f'(x) = 2x^2 - 3x + 1$.
 - (b) $f'(x) = 6x^2 - 6x + 1$.
 - (c) $f'(x) = 12x - 6$.
2. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 5x + 3$.
 - (a) $f(-1) = -3$.
 - (b) $f'(-1) = 0$.
 - (c) $f'(-1) = 3$.
3. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^3 - 5x + 1$.
 - (a) $f'(x) = 12x^2 - 5$.
 - (b) La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 a pour coefficient directeur 1.
 - (c) f admet la même dérivée que g définie par $g'(x) = 4x^3 - 5x + 10$.
4. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 3x + 4$. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1 a pour équation :
 - (a) $y = 3x - 1$.
 - (b) $y = -x + 3$.
 - (c) $y = -x + 1$.

Variations

Exercice 8.8. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} dont la dérivée a pour tableau de signe ci-dessous. Donner les variations de f .

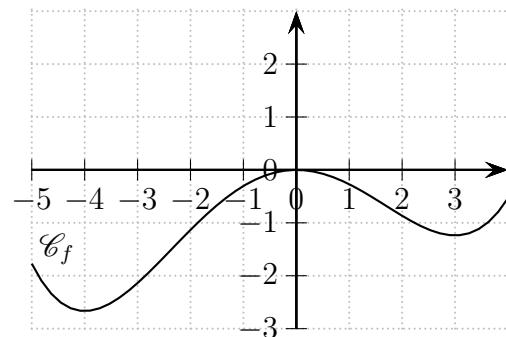
| | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -4 | -2 | 0 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |

Exercice 8.9. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} ayant le tableau de variations ci-dessous. Donner le tableau de signe de f' .

| | | | | | |
|--------|-----------------------------|------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -4 | -2 | 0 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ ↘ ↗ ↘ $-\infty$ | -3 | -6 | 2 | -∞ |

Exercice 8.10. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} dont on a la représentation ci-contre.

1. Résoudre $f'(x) = 0$.
2. Quel est le signe de $f'(-2)$? – de $f'(2)$?
3. Donner le tableau de variation de f puis de signe de f' .
4. Comparer $f'(-1)$ et $f'(1)$.



Exercice 8.11. Étudier les variations de f et g définies sur $[-5; 5]$ par $f(x) = 5x - 3$ et $g(x) = 2x^2 + 4x - 3$.

Exercice 8.12. On considère la fonction f définie sur $[-3; 3]$ par : $f(x) = x^3 + x^2 - x - 2$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Démontrer que $f'(x) = (x + 1)(3x - 1)$.
3. Dresser le tableau de signes de f' sur $[-3; 3]$.
4. En déduire le tableau de variations de f puis les extrema de f sur $[-3; 3]$.

8.4.2 Approfondir

Exercice 8.13. [Biologie] Lors d'une respiration (inspiration et expiration), le volume d'air, en litre, présent dans un poumon peut-être modélisé par la fonction V définie par :

$$V(t) = -0,04t^3 + 0,21t^2 + 0,24t$$

où t est le temps exprimé en seconde. On admet que $t \in [0; 7]$.

1. Montrer que $V'(t) = -0,06(2t + 1)(t - 4)$.
2. Étudier le signe $V'(t)$ et en déduire les variations de la fonction V sur l'intervalle $[0; 7]$.
3. Déterminer le volume maximal d'air inhalé lors d'une respiration.
4. En justifiant la démarche, combien de temps dure une expiration selon ce modèle ?

Exercice 8.14. [Économie] La Sylphe SARL produit des pokéballs. Son usine peut en produire par lot de 1 000 jusqu'à 60 000 chaque année. Elle les vend à 5,90 pokédollars pièce.

Partie A : Le coût total Le coût total de production, en pokédollars, pour la Sylphe SARL d'une production annuelle de x milliers de pokéballs est donné par :

$$C(x) = 0,005x^3 - 0,25x^2 + 5,5x + 25.$$

1. Calculer $C(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice. Comment l'expliquer ?
2. Déterminer les variations de C . Interpréter.
3. (a) Calculer $C(30)$ puis $C(55)$.
(b) La Sylphe SARL gagne-t-elle ou perd-elle de l'argent si elle vend 30 000 pokéballs par an ? 60 000 pokéballs par an ? Justifier.



Partie B : Le coût marginal En économie, le coût marginal $C_m(x)$ représente le coût supplémentaire engendré par la production de la dernière unité produite ; dans notre cas, un lot de 1 000 pokéballs. On a donc, pour tout $x \in [0 ; 60]$,

$$C_m(x) = C(x) - C(x - 1).$$

1. Calculer le coût marginal du 30^e lot de 1 000 pokéballs produit, puis du 55^e lot produit.
2. En économie, on assimile la valeur du coût marginal du x -ième lot produit au nombre dérivé $C'(x)$, où C est la fonction coût total.
3. Déterminer $C'(30)$ et $C'(55)$.
4. L'erreur commise en assimilant $C_m(x)$ à $C'(x)$ est-elle importante ?

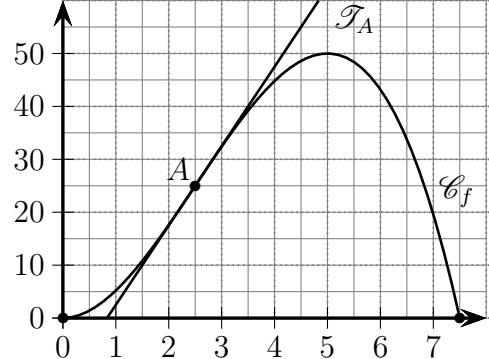
Exercice 8.15. [Médecine] Une étrange épidémie frappe les habitants de Canard City. Afin de prédire l'évolution de l'épidémie, Canard Man a établi un modèle donnant le nombre d'habitants malades en fonction du temps t , en mois, écoulé depuis le début de l'épidémie. Ce nombre d'habitants malades est donné par la fonction :

$$m(t) = -0,8t^3 + 6t^2, \quad t \in [0 ; 7,5].$$

On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction m . La courbe passe par le point A d'abscisse 2,5 et admet en ce point la tangente \mathcal{T}_A .

Partie A : Étude de la fonction

1. Construire le tableau de variations de la fonction m sur l'intervalle $[0 ; 7,5]$.
2. Au bout de combien de mois le nombre maximal de malades sera-t-il atteint ? Combien d'habitants seront malades à ce moment-là ?
3. Canard Man déclenchera une alerte sanitaire lorsque le nombre de malades dépassera 5 000 et la lèvera lorsqu'elle repassera en dessous de 20 000. Combien de temps l'alerte de Canard Man va-t-elle durer ?



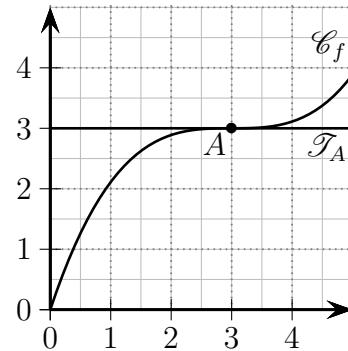
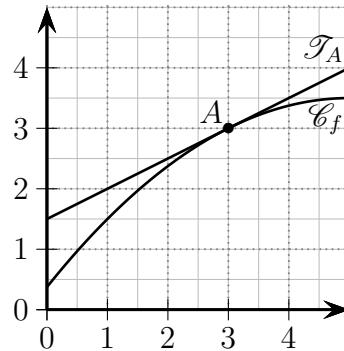
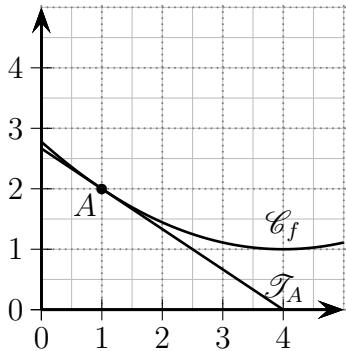
Partie B : Étude de la vitesse de propagation On admet que la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de t mois est donnée par le nombre dérivé $m'(t)$.

1. Calculer le coefficient directeur de la tangente \mathcal{T}_A . Interpréter ce résultat.
2. Calculer la vitesse de propagation au moment où le nombre maximal de malades est atteint.
3. Calculer $m'(t)$ puis $m''(-t)$, le nombre dérivé de $m'(t)$. $m''(t)$ est l'accélération de l'épidémie à l'instant t .
4. Déterminer le signe de $m''(t)$ en fonction de t puis les variations de m' .
5. En déduire :
 - (a) à quel moment la vitesse de propagation de l'épidémie est maximale ;
 - (b) sur quelle période la croissance de l'épidémie accélère ;
 - (c) sur quelle période la croissance de l'épidémie ralentit.

8.4.3 S'entraîner

Nombre dérivé

Exercice 8.16. On donne dans chacun des cas ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f ainsi que sa tangente au point A . Donner dans chaque cas $f'(x_A)$.



Équation d'une tangente

Exercice 8.17. Déterminer dans chaque cas l'équation de la tangente \mathcal{T}_A de l'exercice 8.16.

Fonction dérivée et opérations

Exercice 8.18. Calculer la fonction de chacune des dérivées suivantes.

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| 1. $f(x) = 4 - x$. | 3. $f(x) = 0$. |
| 2. $f(x) = 6x^2 - 7x + 1$. | 4. $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 5x + 3$. |

Exercice 8.19. Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -1 .

Exercice 8.20.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 + 6x^2$. Montrer que $f'(x) = 6x(x+2)$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^3 - x$. Montrer que $f'(x) = (3x-1)(3x+1)$.

Exercice 8.21. Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x$ et $g(x) = -x^2 + 10x - 19$.

1. Montrer que, dans un repère, les courbes de f et g se coupent en un point d'abscisse 4.
2. Calculer $f'(x)$ et $g'(x)$.
3. Montrer qu'au point A les deux courbes ont une tangente commune.



Variations

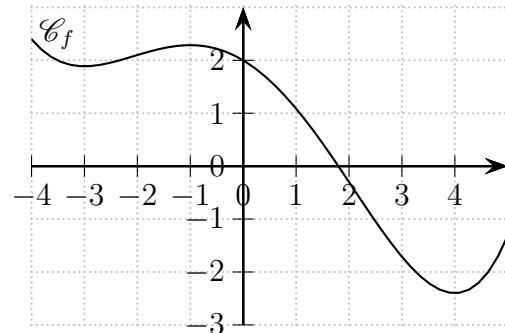
Exercice 8.22. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} ayant le tableau de variations ci-dessous. Donner le tableau de signe de f' .

| | | | | |
|--------|-----------|-------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -10 | 0 | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↗ | ↗ | ↘ |

↗ -4 ↗ 7 ↘ $-\infty$

Exercice 8.23. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} dont on a la représentation ci-contre.

1. Résoudre $f'(x) = 0$.
2. Quel est le signe de $f'(0)$? – de $f'(-2)$?
3. Donner le tableau de variation de f puis de signe de f' .
4. Comparer $f'(2)$ et $f'(5)$.



Exercice 8.24. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x + 3$.

1. Calculer puis factoriser $f'(x)$.
2. Dresser le tableau de signe de $f'(x)$. En déduire les variations de f sur \mathbb{R} .

Exercice 8.25. [Économie] L’entreprise Croko Doggo fabrique des croquettes pour chiens. Elle a modélisé le bénéfice qu’elle réalise pour x tonnes de croquettes produites et vendues par jour par la fonction :

$$B(x) = -x^3 + 105x^2 - 1800x - 4000, \quad x \in [0 ; 80].$$

1. (a) Calculer $B'(x)$ et montrer que : $B'(x) = -3(x - 10)(x - 60)$.
(b) Étudier le signe de B' et en déduire les variations de B .
2. Croko Doggo fabrique actuellement 70 tonnes de croquettes. Doit-elle produire davantage pour augmenter ces bénéfices ?

8.4.4 Automatismes

Automatisme 8.1. On considère le nombre $N = \frac{6^5}{3^3}$. On a :

1. $N = 27 \times 6^2$
2. $N = 2^2$
3. $N = 6^2$
4. $N = 8 \times 6^2$

Automatisme 8.2. Une durée de 1,75 heure correspond à :

1. 135 minutes 2. 105 minutes 3. 85 minutes 4. 175 minutes

Automatisme 8.3. Dans un étang, il y a 500 pokémons. 20% d'entre eux sont des Psykokwaks. Le nombre de Psykokwaks est égal à :

1. 400 2. 25 3. 100 4. 20

Automatisme 8.4. Soit x un réel. À quelle expression est égale $-8x^2 - 2x + 6$?

1. $(-4x + 3)(2x + 2)$ 2. $(-4x - 3)(2x - 2)$ 3. $(-4x - 3)(2x + 2)$ 4. $(-4x + 3)(2x - 2)$

Automatisme 8.5. Le taux d'évolution associé à un coefficient multiplicateur de 0,65 est :

1. -65% 2. -35% 3. $+35\%$ 4. $+65\%$

Automatisme 8.6. La solution de l'équation $\frac{x}{7} = 91$ est :

1. $x = -637$ 2. $x = \frac{91}{7}$ 3. $x = 7 \times 91$ 4. $x = \frac{7}{91}$

Automatisme 8.7. L'ensemble des solutions \mathcal{S} de l'équation $-6x^2 - 8x - 9 = -9$ est :

1. $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{4}{3}; 0 \right\}$ 2. $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{3}{4}; 0 \right\}$ 3. $\mathcal{S} = \left\{ 0; \frac{4}{3} \right\}$ 4. $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$

Automatisme 8.8. Le prix d'un article a subi une baisse de 25%. Le taux à appliquer pour que cet article retrouve son prix initial est donné par :

1. $1 - \frac{1}{0,75}$ 2. $\frac{1}{0,25}$ 3. $-\frac{0,25}{0,75}$ 4. $\frac{1}{0,75} - 1$

Automatisme 8.9.

$$— 1,1 \times 1,5 = 1,65 \quad — 1,1 \times 0,5 = 0,55 \quad — 0,1 \times 0,5 = 0,05 \quad — 0,9 \times 0,5 = 0,45$$

En utilisant l'un des résultats précédents, déterminer le taux global d'évolution d'un article qui augmente de 10% dans un premier temps, puis qui diminue de 50% dans un second temps.

1. -40% 2. -55% 3. 55% 4. -45%



8.4. EXERCICES

Automatisme 8.10. Dans un archipel, il y a 15 Lokhlass, ce qui représente 5% des pokémons de l'archipel. Le nombre de pokémons de l'archipel est :

1. 75 2. 20 3. 150 4. 300

Automatisme 8.11. $p\%$ de 80 est égal à 4. On a :

1. $p = 0,5$ 2. $p = 5$ 3. $p = 4$ 4. $p = 50$

Automatisme 8.12. Soit n un entier non nul. À quelle expression est égale $5^n + 5^n$?

1. 10^n 2. 5^{2n} 3. 2×5^n 4. 5^{n+1}

Automatisme 8.13. Soient a et b deux nombres réels non nuls. À quelle expression est égale $a^4 \times b^5$?

1. $(ab)^9$ 2. $(ab)^{20}$ 3. $(ab)^4 \times b$ 4. Aucune de ces propositions

Automatisme 8.14. Les coordonnées du point d'intersection entre la droite d'équation $y = \frac{x}{10} + 8$ et l'axe des abscisses sont :

1. $(80; 0)$ 2. $(-80; 0)$ 3. $(10; 0)$ 4. $(8; 0)$

Automatisme 8.15. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (8x+8)(4x-32)$ admet pour tableau de signes :

1.

| x | $-\infty$ | -1 | 8 | $+\infty$ |
|--------|-----------|----|---|-----------|
| $f(x)$ | - | 0 | + | 0 |
| | . | . | . | . |
| | . | . | . | . |

2.

| x | $-\infty$ | -8 | 1 | $+\infty$ |
|--------|-----------|----|---|-----------|
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 |
| | . | . | . | . |
| | . | . | . | . |

3.

| x | $-\infty$ | -1 | 8 | $+\infty$ |
|--------|-----------|----|---|-----------|
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 |
| | . | . | . | . |
| | . | . | . | . |

4.

| x | $-\infty$ | 1 | 8 | $+\infty$ |
|--------|-----------|---|---|-----------|
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 |
| | . | . | . | . |
| | . | . | . | . |