

Modes de scrutin

Introduction

- ▶ Un **scrutin** est une règle de décision pour un groupe afin de sélectionner collectivement une alternative parmi d'autres. Cette alternative peut être un proposition, une loi, un projet, une décision d'adhésion, etc.

Introduction

- ▶ Un **scrutin** est une règle de décision pour un groupe afin de sélectionner collectivement une alternative parmi d'autres. Cette alternative peut être un proposition, une loi, un projet, une décision d'adhésion, etc.
- ▶ Un scrutin est dit **uninominal** lorsque son résultat se réduit à une seule alternative. Exemple : l'élection présidentielle.

Introduction

- ▶ Un **scrutin** est une règle de décision pour un groupe afin de sélectionner collectivement une alternative parmi d'autres. Cette alternative peut être un proposition, une loi, un projet, une décision d'adhésion, etc.
- ▶ Un scrutin est dit **uninominal** lorsque son résultat se réduit à une seule alternative. Exemple : l'élection présidentielle.
- ▶ Un scrutin est dit **de liste** lorsque ses résultats sont des listes de propositions ; ils visent en général à faire élire des assemblées.
Exemples : élections municipales, régionales, européennes ; mais pas législatives.

Introduction

Des dizaines de modes de scrutin ont été inventés au cours des siècles. Par exemple, pour les élections présidentielles, les trois pays ci-dessous ont trois modes de scrutins différents :

France : scrutin uninominal à deux tours au suffrage universel direct ;

États-Unis : scrutin uninominal à un tour au suffrage universel indirect ;

Irlande : scrutin par éliminations successives.

Les principaux modes de scrutin

Épisode 1 : la menace fantôme

Scrutin majoritaire à un tour : chaque votant vote pour sa proposition favorite, la proposition ayant le plus de voix est choisie.

Les principaux modes de scrutin

Épisode 1 : la menace fantôme

Scrutin majoritaire à un tour : chaque votant vote pour sa proposition favorite, la proposition ayant le plus de voix est choisie.

Scrutin majoritaire à deux tours : au premier tour chaque votant vote pour sa proposition favorite, les deux propositions ayant le plus de voix sont conservés pour le deuxième tour ; la proposition ayant le plus de voix au second tour est choisie.

Les principaux modes de scrutin

Épisode 1 : la menace fantôme

Scrutin majoritaire à un tour : chaque votant vote pour sa proposition favorite, la proposition ayant le plus de voix est choisie.

Scrutin majoritaire à deux tours : au premier tour chaque votant vote pour sa proposition favorite, les deux propositions ayant le plus de voix sont conservés pour le deuxième tour ; la proposition ayant le plus de voix au second tour est choisie.

Vote par éliminations successives : à chaque tour, la proposition ayant reçu le moins de voix est éliminée et un nouveau tour est organisé jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une proposition. Il est possible de déterminer les résultats du vote en un seul tour en demandant aux votants de classer les propositions sur le bulletin.

Les principaux modes de scrutin

Épisode 2 : la guerre des clones

Méthode Borda : du nom du chevalier de Borda, formalisée en 1770. Elle consiste pour le votant à attribuer des points pour chaque proposition en fonction de ses préférences (exemple : 5 points pour la proposition favorite, 4 pour la suivante, etc). La proposition avec le plus de points est choisie. Cette méthode est encore utilisée, notamment dans des compétitions sportives comme la course automobile. Cette méthode possède de nombreuses variantes.

Les principaux modes de scrutin

Épisode 2 : la guerre des clones

Méthode Borda : du nom du chevalier de Borda, formalisée en 1770. Elle consiste pour le votant à attribuer des points pour chaque proposition en fonction de ses préférences (exemple : 5 points pour la proposition favorite, 4 pour la suivante, etc). La proposition avec le plus de points est choisie. Cette méthode est encore utilisée, notamment dans des compétitions sportives comme la course automobile. Cette méthode possède de nombreuses variantes.

Méthode Condorcet : du nom du marquis de Condorcet, formalisée en 1785. Elle consiste à organiser des duels électoraux entre chaque proposition ; il s'agit donc d'une forme de tournoi. La proposition remportant le plus de duels remporte le vote. Cette méthode possède également de nombreuses variantes.

Problématiques

⇒ Voter, c'est d'abord choisir un mode de scrutin. Un scrutin n'est pas naturel, c'est une construction humaine.

Problématiques

⇒ Voter, c'est d'abord choisir un mode de scrutin. Un scrutin n'est pas naturel, c'est une construction humaine.

Problématiques :

1. Pour de mêmes suffrages, différents modes de scrutins donnent-ils les mêmes résultats ?

Problématiques

⇒ Voter, c'est d'abord choisir un mode de scrutin. Un scrutin n'est pas naturel, c'est une construction humaine.

Problématiques :

1. Pour de mêmes suffrages, différents modes de scrutins donnent-ils les mêmes résultats ?
2. Tous les modes de scrutins se valent-ils ? Y a-t-il des propriétés à vérifier ?

Problématiques

⇒ Voter, c'est d'abord choisir un mode de scrutin. Un scrutin n'est pas naturel, c'est une construction humaine.

Problématiques :

1. Pour de mêmes suffrages, différents modes de scrutins donnent-ils les mêmes résultats ?
2. Tous les modes de scrutins se valent-ils ? Y a-t-il des propriétés à vérifier ?

1 : Même suffrages, mêmes résultats ?

Vidéo de La Statistique Expliquée à mon Chat

Propriétés des modes de scrutin

Ils existent des propriétés, qui se traduisent mathématiquement, que peuvent vérifier les modes de scrutins.

Unanimité : si tous les votants préfèrent une même proposition, alors elle doit être retenue.

Propriétés des modes de scrutin

Ils existent des propriétés, qui se traduisent mathématiquement, que peuvent vérifier les modes de scrutins.

Unanimité : si tous les votants préfèrent une même proposition, alors elle doit être retenue.

Anonymat : si un mode de scrutin ne tient pas compte de l'identité des votants, alors il est dit anonyme.

Propriétés des modes de scrutin

Ils existent des propriétés, qui se traduisent mathématiquement, que peuvent vérifier les modes de scrutins.

Unanimité : si tous les votants préfèrent une même proposition, alors elle doit être retenue.

Anonymat : si un mode de scrutin ne tient pas compte de l'identité des votants, alors il est dit anonyme.

Universalité : il n'y a pas de contraintes sur l'ordre des préférences des propositions. Tous les ordres sont possibles.

Propriétés des modes de scrutin

Ils existent des propriétés, qui se traduisent mathématiquement, que peuvent vérifier les modes de scrutins.

Unanimité : si tous les votants préfèrent une même proposition, alors elle doit être retenue.

Anonymat : si un mode de scrutin ne tient pas compte de l'identité des votants, alors il est dit anonyme.

Universalité : il n'y a pas de contraintes sur l'ordre des préférences des propositions. Tous les ordres sont possibles.

Vainqueur de Condorcet : si un scrutin élit la proposition vainqueur de la méthode de Condorcet, quand elle existe, on dit qu'il vérifie la propriété du vainqueur de Condorcet.

Propriétés des modes de scrutin

Ils existent des propriétés, qui se traduisent mathématiquement, que peuvent vérifier les modes de scrutins.

Unanimité : si tous les votants préfèrent une même proposition, alors elle doit être retenue.

Anonymat : si un mode de scrutin ne tient pas compte de l'identité des votants, alors il est dit anonyme.

Universalité : il n'y a pas de contraintes sur l'ordre des préférences des propositions. Tous les ordres sont possibles.

Vainqueur de Condorcet : si un scrutin élit la proposition vainqueur de la méthode de Condorcet, quand elle existe, on dit qu'il vérifie la propriété du vainqueur de Condorcet.

Perdant de Condorcet : si un scrutin n'élit jamais la proposition perdante de la méthode de Condorcet (celle qui a perdu le plus de duel), quand elle existe, on dit qu'il vérifie la propriété du perdant de Condorcet.

Propriétés des modes de scrutin

Monotonie : une proposition progressant dans les suffrages doit progresser dans les résultats du scrutin.

Propriétés des modes de scrutin

Monotonie : une proposition progressant dans les suffrages doit progresser dans les résultats du scrutin.

Consistance aux rassemblements : si les votants sont divisés en plusieurs sous-groupes et qu'une même proposition est choisie dans chaque sous-groupe, alors il faut que cette proposition soit choisie si tous les sous-groupes sont rassemblés en un seul.

Propriétés des modes de scrutin

Monotonie : une proposition progressant dans les suffrages doit progresser dans les résultats du scrutin.

Consistance aux rassemblements : si les votants sont divisés en plusieurs sous-groupes et qu'une même proposition est choisie dans chaque sous-groupe, alors il faut que cette proposition soit choisie si tous les sous-groupes sont rassemblés en un seul.

Incitation à la participation : un votant a toujours intérêt à participer au vote plutôt que de ne pas le faire.

Propriétés des modes de scrutin

Monotonie : une proposition progressant dans les suffrages doit progresser dans les résultats du scrutin.

Consistance aux rassemblements : si les votants sont divisés en plusieurs sous-groupes et qu'une même proposition est choisie dans chaque sous-groupe, alors il faut que cette proposition soit choisie si tous les sous-groupes sont rassemblés en un seul.

Incitation à la participation : un votant a toujours intérêt à participer au vote plutôt que de ne pas le faire.

Indépendances aux alternatives tierces : les comparaisons des propositions deux à deux sont indépendantes de la présence ou de l'absence d'autres propositions.

Impossibilités, votes stratégiques et utiles

Un scrutin est dit **par ordre de préférences** s'il consiste à classer les propositions dans l'ordre de ses préférences. C'est le cas des modes de scrutins vus jusqu'ici : majoritaire à un ou deux tour(s), par élimination et les méthodes de Borda et Condorcet.

Impossibilités, votes stratégiques et utiles

Un scrutin est dit **par ordre de préférences** s'il consiste à classer les propositions dans l'ordre de ses préférences. C'est le cas des modes de scrutins vus jusqu'ici : majoritaire à un ou deux tour(s), par élimination et les méthodes de Borda et Condorcet.

Il existe des **théorèmes d'impossibilités**, le plus connu étant le théorème d'Arrow, montrant qu'il est impossible pour un mode de scrutin par ordre de préférences de vérifier toutes les propriétés vues précédemment.

Impossibilités, votes stratégiques et utiles

Un scrutin est dit **par ordre de préférences** s'il consiste à classer les propositions dans l'ordre de ses préférences. C'est le cas des modes de scrutins vus jusqu'ici : majoritaire à un ou deux tour(s), par élimination et les méthodes de Borda et Condorcet.

Il existe des **théorèmes d'impossibilités**, le plus connu étant le théorème d'Arrow, montrant qu'il est impossible pour un mode de scrutin par ordre de préférences de vérifier toutes les propriétés vues précédemment.

Le **vote stratégique** est un vote où le votant n'exprime pas ses préférences mais utilisent les failles du scrutin afin de les favoriser.

Impossibilités, votes stratégiques et utiles

Un scrutin est dit **par ordre de préférences** s'il consiste à classer les propositions dans l'ordre de ses préférences. C'est le cas des modes de scrutins vus jusqu'ici : majoritaire à un ou deux tour(s), par élimination et les méthodes de Borda et Condorcet.

Il existe des **théorèmes d'impossibilités**, le plus connu étant le théorème d'Arrow, montrant qu'il est impossible pour un mode de scrutin par ordre de préférences de vérifier toutes les propriétés vues précédemment.

Le **vote stratégique** est un vote où le votant n'exprime pas ses préférences mais utilisent les failles du scrutin afin de les favoriser.

Le **vote utile** est un vote où le votant n'exprime pas ses préférences car celles-ci ont trop peu de chances d'être élues et vote alors des propositions le satisfaisant moins.

Impossibilités, votes stratégiques et utiles

Un scrutin est dit **par ordre de préférences** s'il consiste à classer les propositions dans l'ordre de ses préférences. C'est le cas des modes de scrutins vus jusqu'ici : majoritaire à un ou deux tour(s), par élimination et les méthodes de Borda et Condorcet.

Il existe des **théorèmes d'impossibilités**, le plus connu étant le théorème d'Arrow, montrant qu'il est impossible pour un mode de scrutin par ordre de préférences de vérifier toutes les propriétés vues précédemment.

Le **vote stratégique** est un vote où le votant n'exprime pas ses préférences mais utilisent les failles du scrutin afin de les favoriser.

Le **vote utile** est un vote où le votant n'exprime pas ses préférences car celles-ci ont trop peu de chances d'être élues et vote alors des propositions le satisfaisant moins.

Vidéo de Science Étonnante

Scrutins par évaluation

Avantages

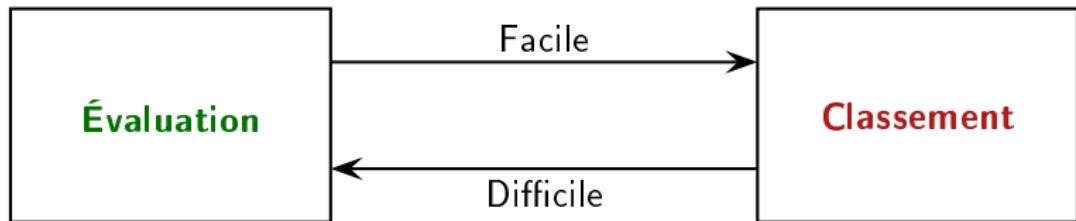
Un scrutin est dit **par évaluation** s'il consiste évaluer toutes les propositions indépendamment les unes des autres ; en leur donnant une note ou une mention par exemple.

Scrutins par évaluation

Avantages

Un scrutin est dit **par évaluation** s'il consiste à évaluer toutes les propositions indépendamment les unes des autres ; en leur donnant une note ou une mention par exemple.

Un classement contient moins d'informations qu'une évaluation.

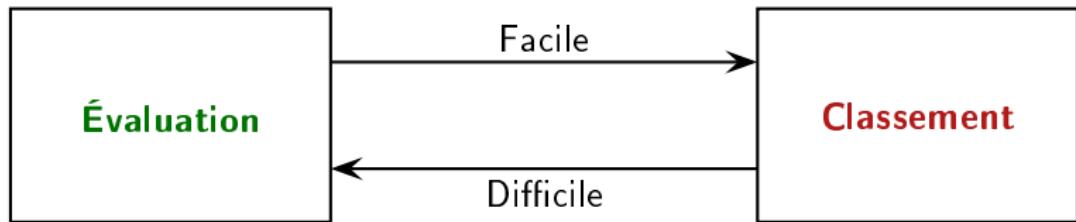


Scrutins par évaluation

Avantages

Un scrutin est dit **par évaluation** s'il consiste à évaluer toutes les propositions indépendamment les unes des autres ; en leur donnant une note ou une mention par exemple.

Un classement contient moins d'informations qu'une évaluation.



Avantages : les scrutins par évaluation ne sont pas soumis aux théorèmes d'impossibilités des scrutins par classement, ils peuvent donc avoir plus de propriétés désirables.

Scrutins par évaluation

Exemples

Vote par approbation : chaque votant donne sa voix à autant de proposition qu'il désire. Il s'agit d'une évaluation sans nuance : on n'aime ou on n'aime pas. Très simple à mettre en œuvre.

Scrutins par évaluation

Exemples

Vote par approbation : chaque votant donne sa voix à autant de proposition qu'il désire. Il s'agit d'une évaluation sans nuance : on n'aime ou on n'aime pas. Très simple à mettre en œuvre.

Vote à la moyenne : chaque votant note chaque proposition indépendamment les unes des autres. Ce système est utilisé dans de nombreuses compétitions sportives (avec parfois des variantes).

Scrutins par évaluation

Exemples

Vote par approbation : chaque votant donne sa voix à autant de proposition qu'il désire. Il s'agit d'une évaluation sans nuance : on n'aime ou on n'aime pas. Très simple à mettre en œuvre.

Vote à la moyenne : chaque votant note chaque proposition indépendamment les unes des autres. Ce système est utilisé dans de nombreuses compétitions sportives (avec parfois des variantes).

Jugement majoritaire : ou encore vote à la médiane, chaque votant attribue une mention (bien, très bien, à rejeter, etc) à chaque proposition indépendamment les unes des autres. Ce système est parfois utilisé par certaines institutions comme des mairies, des collectivités, etc.

Propriétés des scrutins

Propriétés	Classement				Évaluation		
	SM1T	SM2T	VE	Bo	VA	VM	JM
Anonymat	+	+	+	+	+	+	+
Unanimité	+	+	+	+	+	+	+
Universalité	+	+	+	+	+	+	+
Vainqueur de Condorcet	-	-	-	-	-	-	-
Perdant de Condorcet	-	+	+	+	-	-	-
Monotonie	+	-	-	+	+	+	+
Consistance rassembl.	+	-	-	+	+	+	-
Incitation part.	+	-	-	+	+	+	-
Indep. alt. tierces	-	-	-	-	+	+	+
Total	6	4	4	7	7	7	5

Ne pas vérifier une propriété ne signifie pas qu'elle n'est jamais vérifiée, juste qu'il existe des cas où elles ne le sont pas.

Conclusions

- ▶ Un mode de scrutin est une construction humaine, on le choisit.
- ▶ Les modes de scrutins ont différentes propriétés ; les scrutins de classement ne peuvent pas toutes les vérifier.
- ▶ Choisir un scrutin, c'est choisir des propriétés qui nous paraissent souhaitables ; elles ne le sont pas forcément toutes en tout temps.

Sources et ressources supplémentaires

- ▶ *Comment être élu à tous les coups ? Petit guide mathématique des modes de scrutin* de J-B. Aubin et d'A. Rolland, edp sciences.
- ▶ Vidéo de La Statistique Expliquée à mon Chat montrant comment différents scrutins donnent différents résultats avec les mêmes suffrages.
- ▶ Vidéo de Science Étonnante sur différents modes de scrutins, leurs avantages et défauts.
- ▶ Série de vidéos de Science For All sur la démocratie étudiée sous l'angle des mathématiques et de la théorie des jeux.
- ▶ Vidéo du Diable Positif sur l'élection présidentielle française.
- ▶ Vidéo du Diable Positif sur comment voter autrement.